

微分几何学在地质构造定量研究中的应用

李志勇^{1,2}, 曾佐勋^{1,2}, 罗文强³

(1. 中国地质大学地球科学学院, 湖北 武汉 430074; 2. 华中构造力学研究中心, 湖北 武汉 430074;
3. 中国地质大学数理系, 湖北 武汉 430074)

摘要: 阐述了在构造地质学定量研究中引入微分几何学的必要性, 并讨论了在地质构造定量研究中的具体应用及相关的数值计算方法。微分几何为定量描述地质构造形态、建立精确的数学解析模型提供了基础, 是深入定量研究地质构造形态及其变化的重要数学工具。在前人工作基础上, 为更方便地与其他先进的技术和方法相结合, 总结了地质构造的数学建模与重构、计算机自动分析计算、三维可视化与运动仿真。具体可以应用于裂缝预测、构造面形变分析、褶皱形态分类、隐藏断层探测, 以及矿床和油气藏的预测研究等方面。

关键词: 微分几何; 构造地质学; 曲率; 定量研究; 裂缝预测; 构造形变

中图分类号: O186.1 P542

文献标识码: A

0 引言

构造地质学的主要研究内容是地质构造的几何形态、组合型式、形成机制和演化过程, 探讨产生这些构造作用力的方向、方式和性质, 解析构造的运动学过程和动力学机制。构造解析包括几何学、运动学和动力学 3 个方面的解析。其中几何学解析就是认识和测量各类各级构造的形态、产状、方位、大小、构造内部各要素之间及相关构造之间的几何关系, 从而建立一个完整的具有几何规律的构造系或型式。而几何学分析所提供的资料和数据则为运动学和动力学分析提供基础^[1]。

微分几何运用数学分析的理论, 研究曲线或曲面的一点邻域的性质, 空间曲线、曲面的形态和空间关系, 以及描述曲面的内在性质以及在三维空间中的数学表达。微分几何特有的研究方法是运用数学分析的理论进行研究, 将一些复杂的依赖关系变成线性的, 不均匀的过程变成均匀的^[2]。

微分几何在力学和一些工程技术问题方面有广泛的应用。但在地质学中的应用相对缺乏。微分几何学的很多概念都可以引入地质构造的研究中, 为地质构造体提供精确的数学描述和解析结果。因而在地质构造定量研究中引入微分几何学是必要的, 在引入微分几何的基

收稿日期: 2004-12-12

基金项目: 国家自然科学基金 (49972068); 国家理科基地创建优秀名牌课程项目: 湖北省地球表层系统开放实验室基金资助。

作者简介: 李志勇 (1979-), 男, 博士研究生, 主要从事计算构造学和数值模拟研究, E-mail: lizhygeo@sohu.com, Tel: 027-67883019

础上,作者利用计算机数值分析、图像图形学、三维可视化、模糊识别、遥感测量等先进技术来实现地质体构造形态的计算机自动分析和三维可视化的直观表达。

1 引入微分几何的必要性

虽然构造的类型、成因、规模和形态千差万别,但从几何学看,其基本结构可归纳为面状构造和线状构造。关于地质构造形态的研究较长时间内主要停留在定性的主观研究和形态描述上,因而有必要引入微分几何学的思想和方法。

(1) 目前对于地质构造形态的描述,还停留在对构造形态轮廓的定性描述上,需要引入微分几何对地质体的形态、方位、要素等进行精确的定量描述,建立精确的数学模型。为构造模拟(包括物理模拟和数值模拟)提供精确的几何模型。

(2) 计算机、自动测量采集系统、地球物理、卫星遥感、GPS等其它学科和新技术的发展,为地质现象和地质体的观测提供了新的方法和手段,大量精确的测量数据为地质体的精确定量描述和数学建模提供了基础。

(3) 在实际研究中,如进行裂缝预测和褶皱形态分析时,构造实体不能简化为简单的线状或面状构造,一些细节往往不能省略。对于地质构造进行不同尺度的精确分析和研究,需要引入数学工具。微分几何可以帮助我们建立地质构造体及各要素的微分表达形式,得到分析的解析解,并可以方便地借助于数值分析方法,使用计算机自动分析得到数值解。

(4) 以微分几何理论为基础,与数值分析、图像图形学和三维可视化等其他技术和方法相结合,可以方便地利用计算机实现图像中构造要素的自动识别和数据采集,实现地质体三维形态的重构,以及地质体形态和分析结果的三维可视化、运动模拟与变形仿真。

2 应用方法初探

2.1 用主曲率法进行构造裂缝预测

勘探裂缝性油气藏的关键之一是预测高密度裂缝带的空间分布,开发裂缝性油气藏的注采井网部署和调整也需要了解裂缝的方向、密度、地下开度等特征。构造面曲率在一定程度上控制了裂缝发育的密度、方向、宽度和深度;因而油层厚度及与之有关的裂缝空隙体积和渗透率也在一定程度上受到构造面曲率的影响^[3-5]。

曲面的曲率分析是微分几何学的一部分。Gauss提出了主曲率和高斯曲率的概念^[6]。自Murry首次应用构造面曲率定量分析裂缝^[7-8]以来,利用构造面曲率分析研究构造面破裂的方法不断发展。Lisle^[9-10]根据褶曲表面各点所具有的曲率,建立了一个预测断裂的模型。裂缝发育主要为一组张裂系,张裂隙方向趋向于与最大张应力垂直。而在一般情况下,最大主曲率方向与最大主应力平行。因此发育的张裂隙走向与最大主曲率的方向垂直。

曾锦光等^[3]首次在微小扰动的前提下,根据薄板小扰度弯曲理论,由均匀连续、各向同性、完全弹性的弯曲薄板模型,推导了背斜的主曲率的计算公式,并将之应用于油气藏裂缝问题的研究。但在实际应用中,其公式具有一定的局限性,尤其是不能普遍适用于分析裂缝油气藏构造层面主曲率。李志勇等^[11-12]由微分几何学的基本原理得到了曲面曲率的一般计算公式,即解析表达式,并将之成功地应用于江汉盆地王场地区的裂缝油气的预测,得到了更为满意的结果。

曲面上一点曲率的解析表达可由空间曲面的两种基本型式得到^[2]：

$$S_I = E dx^2 + 2F dx dy + G dy^2$$

$$S_{II} = L dx^2 + 2M dx dy + N dy^2$$

其法曲率 k_n 由 $\frac{S_{II}}{S_I}$ 决定。

$$k_n = \frac{S_{II}}{S_I} = \frac{L du^2 + N dv^2}{E du^2 + G dv^2}$$

E 、 F 、 G 为第一基本量， L 、 M 、 N 为第二基本量。法曲率 k_n 的最大和最小值 k_1 、 k_2 即为曲面上一点的两个主曲率。主曲率的计算公式为：

$$k_{1,2} = \frac{(LG - 2MF + NE) \pm \sqrt{(LG - 2MF + NE)^2 - 4(EG - F^2)(LN - M^2)}}{2(EG - F^2)}$$

$$= k_1 k_2 = \frac{LN - M^2}{EG - F^2}$$

它们的平均数 $\frac{1}{2}(k_1 + k_2)$ 称为曲面在这一点平均曲率。则它们的乘积 $k_1 k_2$ 称为曲面在这一点的高斯曲率 k 。

2.2 构造层面的变形分析

Lisle 提出了根据自然构造的高斯曲率分析确定异常高变形构造带的一种方法。并用该方法研究了怀俄明洲 Goose Egg 穹隆构造而获得成功。构造层面的高斯曲率图是分析后的主要成果，使用它可预测与变形有关的亚地震构造密度^[13]。Bergbauer 利用高斯曲率图对 Goose Egg 穹隆进行了进一步的形态分析，来精确地确定该地区构造的穹隆部位与鞍状部位^[14]。

由微分几何学原理可知，高斯曲率值的符号可以反映曲面一点邻近区域的具体形态和变形特征。因此可以用来精确分析构造面不同区域的形态和构造样式。高斯曲率符号所反映的曲面一点的形态主要为^[2]：

(1) 椭圆点

当高斯曲率 $k > 0$ 时，主曲率 k_1 、 k_2 同号，即 $k_1 > 0$ ， $k_2 > 0$ 或 $k_1 < 0$ ， $k_2 < 0$ 。当 k_1 、 k_2 都大于 0 时，由欧拉公式

$$k_n = k_1 \cos^2 \theta + k_2 \sin^2 \theta$$

可知曲面的任意方向的法曲率都大于 0。曲面在该点沿所有方向都朝同一侧弯曲，为椭圆点，曲面在该点邻近的形状近似为椭圆抛物面，在构造上表现为穹隆构造形态。若均小于 0，则表现为凹陷构造形态。裂隙发育存在张裂隙和剪裂隙。部分张裂隙走向沿最小主曲率方向。剪裂隙与最大主应力轴大致成 30° 交角，即与最大主曲率方向成 30° 角度。

(2) 双曲点

当高斯曲率 $k < 0$ 时，主曲率 k_1 、 k_2 异号。曲面在该点对应于主方向的两条法截线朝不同方向弯曲，该点为双曲点，该点邻近曲面的形状近似为双曲抛物面。构造上表现为鞍状构造。

(3) 抛物点

高斯曲率 $k = k_1 k_2 \cong 0$ ，两主曲率 k_1 、 k_2 之一为 0 值。该点邻近区域为抛物面。或两者均为 0 值，则邻近区域为平面。从地质的观点来看，如果曲面各点的高斯曲率均为 0，则该曲面是可展的，即可以在一个平面上展开，而不发生塑性变形^[6]。

Gauss 为 0 值反映的褶皱作用机理为翼部的旋转，岩层表面并没有遭到挤压变形，在实际应用中，这种类型的褶皱作用通常称为“等轴褶皱作用”^[15]。

对于等轴褶皱作用，岩层表面并没有遭到挤压变形。因此， $k \cong 0$ 可以在形式上表达出等轴褶皱作用的特性。天然褶皱中双曲率的存在 ($k \neq 0$) 就可指示褶皱作用的机理不是等轴的，涉及到某些岩层的拉伸或压缩。

曲面点的 Gauss 高斯曲率值 $|k(p)|$ 可以用来描述构造不同区域的塑性程度^[6]。这对于构造变形区域的复原重构是至关重要的^[16-17]。也可以作为描述构造区域塑性的指数^[18]。通过给定门限值 k_0 ，可以区分和预测构造面塑性区域和不可褶皱区域^[6]。

Gauss 高斯云图可以直观地反映构造面局部区域的变形样式。在 Gauss 高斯云图上，0 值区域为可展部位，正值区域为穹隆或凹陷部位，负值区域为双曲部位。而这些非可展区域常常受到叠加褶皱作用。

此外，由 Gauss 高斯映射的原理可知，曲面一点邻近区域的弯曲变形程度可以利用高斯曲率的绝对值来精确刻画^[2]。因而 Gauss 高斯曲率的绝对值可以作为反映构造层面变形程度的定量依据，成为描述构造变形强烈程度的定量化概念。

2.3 褶皱的形态分类

以微分几何学分析为工具，可以对褶皱进行微分数学意义上的精确分类，并可以借助数值分析方法进行计算机的自动分析计算。

Ramsay^[19] 较早地根据褶皱层的等斜线型式和厚度变化参数所反映的相邻褶皱曲率关系，将褶皱分为三类五型。通过内弧和外弧的曲率大小，较精确地测量褶皱的几何形态，以区别了平行褶皱、相似褶皱、顶厚和顶薄褶皱。

主曲率和 Gauss 高斯曲率的几何含义可以用来精确分析褶皱形态，区别圆柱状褶皱和非圆柱状褶皱。圆柱状褶皱层面可看作一条直线通过平行自身移动而构成的一个曲面。该曲面所具有的特殊微分几何性质为：

$$\begin{cases} k_1 = k(x, y) \\ k_2 = 0 \\ \theta = C \end{cases}$$

主曲率 k_1 随褶皱横截面弧线的弯曲程度变化而变化，主曲率另一值 k_2 恒为 0 值，且主曲率方向不变，为褶皱的方位。另外构造面各处 Gauss 高斯曲率恒为 0 值： $G = 0$ 。

Lisle 等^[20] 提出了将曲率 Mohr 圆应用于圆柱状褶皱的描述方法，给出了曲面三种基本形态与曲率 Mohr 圆的对应关系(图 1)。

Ozkaya^[21-22] 成功分析了两个褶皱曲面的 Gauss 高斯曲率，得出两个褶皱分别为圆柱状褶皱和穹隆状构造，即非圆柱状褶皱。

也可以通过计算机计算得出曲率图来直观地反映褶皱转折端的形态。作者对比了不同转折端褶皱的曲率图，得出了圆弧褶皱、

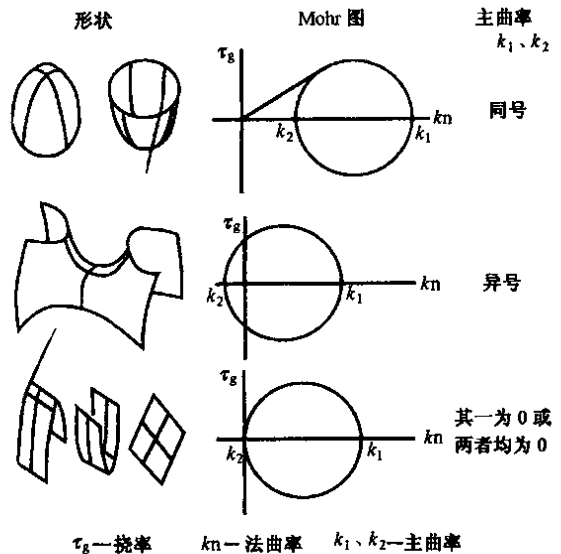


图 1 曲面三种基本形态与曲率 Mohr 圆^[20]

Fig.1 Three basic shapes of curved surfaces and Mohr circles for curvature

尖棱褶皱、箱状褶皱及扰曲在曲率图上的表现形式，它们具有不同的特征(图2)。

由计算机分析得出的一维曲率普线和二维曲率云图上可以准确判断褶皱区域的形态类型。而且对于大型的褶皱构造，有时候不能仅仅看作是某种单一的褶皱样式，在不同区域可能具有不同的样式。因此，为实现计算机自动分析和判别分类提供了基础。

2.4 隐藏断层位置的探测

构造面上出现的显著非零高斯曲率异常值的存在，Lisle^[20]认为可能是相应断层造成表面突变性的缘故，可以通过高斯曲率图帮助绘制大型断层。在对Goose Egg穹隆进行分析中，发现了穹隆北翼开始时被忽略了断层^[13]。

从弹性力学可知，对于弯曲的完全弹性的板梁，在一点P的剪切约束σ(p)与该点的最大曲率k(p)是成线性比例关系的^[23]，即：σ(p) = c · k(p)

当这种剪切约束达到门限值σ₀的时候，而σ₀只与板梁的力学性质相关，那么就会导致板梁的破裂^[6](图3)。

如果我们将地质构造层面近似为一个板梁，而且具有弹性行为，那么层面上σ(p)超过门限值σ₀的区域可以解释为潜在的隐藏断层的区域。因而我们可以利用最大曲率k(p)进行断层位置的自动探测：

- (1) |k(p)| > M₀的点处于断层位置
- (2) |k(p)| < M₀的点不处于断层位置

此外，最大曲率值也可以作为突出地质构造面的褶皱和断层区域的一个标准^[6]。

2.5 滑脱断层曲率与金矿预测^[24]

周继彬等研究了陕甘川邻接区金矿床的空间展布与滑脱断层的空间关系，两者非常密切。大型、特大型金矿床都产出在滑脱断层曲率较大的位置，大型、特大型金矿床产出与滑脱断层的不均匀滑脱有密切关系。不均匀滑脱的表现形式之一是平面上的弧形滑脱的不均匀程度。滑脱断层的不均匀程度可以用断层线弯曲程度(曲率)来描述：

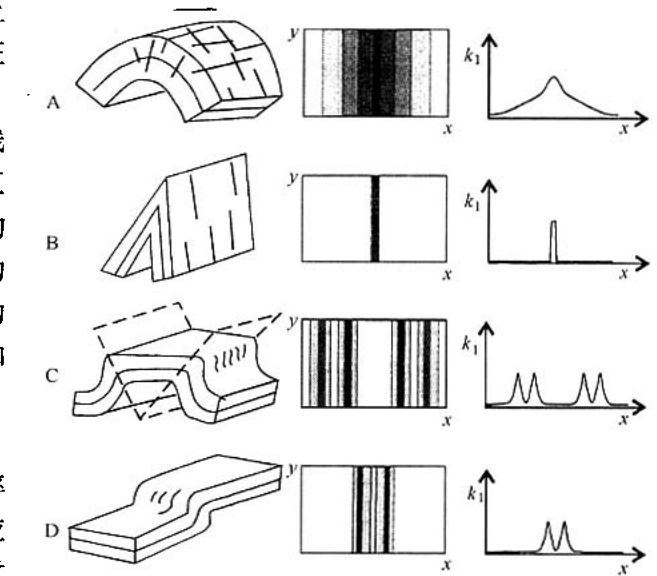


图2 不同形态转折端褶皱的曲率图特征

Fig.2 Characteristics of curvatures of folds with hinge zones of different shapes

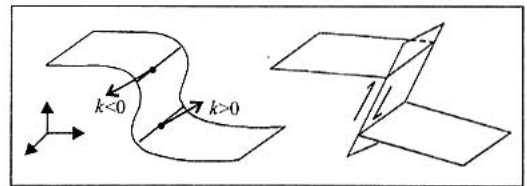


图3 最大曲率值k的褶皱和断层解释^[6]

Fig.3 Interpretation of folds and faults with the maximum curvature k

$$y = f(x)$$

$$k = \left| \frac{d^2y}{dx^2} / \left[1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}} \right|$$

最后发现所有大型、特大型金矿床都落在曲率大于4的点的等密度区内。从定量分析得

出滑脱断层曲率与陕甘川邻接区金矿床确实有密切的关系。

3 微分几何应用的数值方法

在实际应用中, 测量得到的构造体数据往往都是离散的, 通过原始的离散数据进行微分几何分析和建模, 主要涉及的数值方法有离散网格数据的差分计算、二维和三维的数据插值及数据失真处理等。

曲面的趋势面拟合可以通过离散的构造数据拟合得到构造要素的解析表达形式, 进而利用微分几何学的理论和方法进行分析应用。有时候, 作者也需要通过数据插值等进行构造形体的三维重构。

差分计算方法是利用数值分析方法, 不需要得到构造曲线或者曲面的解析表达形式, 而通过计算机直接处理离散的网格数据(包括规则网格数据和三角网格数据), 利用差分形式求解微分表达式, 进行曲率计算等形态分析, 以得到实际需要的数值解^[11]。

实际构造曲线或构造曲面都是连续的, 而作者得到的测量结果都是取样数据, 对于连续形体进行离散的取样会导致构造形态的失真。失真的程度往往与采样间距有密切关系。因而在进行计算机处理和计算之前有必要进行数据的预处理, 解决测量数据的失真问题。Stewart 和 Podolski 讨论了使用局部多项式拟合来处理数据的方法。Bergbauer 提出了一种计算每一网格点相邻 8 点平均值的低通滤波器, 使用滤波器处理掉了高频率的曲面扰动, 而该曲面扰动被认为是我们测量得到构造层面的取样数据的噪声^[14]。这有助于我们研究构造体的总体形态特征。但研究对于低通滤波器敏感的局部细微构造特征时, 我们应通过插值加密网格数据。

4 结论

微分几何为地质构造的精确描述和定量研究提供了重要的数学工具。在此基础上, 更为方便地与其他先进的技术和方法相结合, 实现地质构造的数学建模与重构、计算机自动分析计算、三维可视化与运动仿真。微分几何在地质构造研究中已经有了初步的理论方法和成功的应用实例, 但还需要对理论研究和方法进一步的探索, 以便真正地将微分几何学的理论方法与构造地质学相结合, 成为地质构造定量研究的重要数学工具。

本文对今后的研究和应用提出一些展望:

(1) 古典微分几何学研究的是曲线曲面的局部性质和几何不变性, 为地质构造的定量描述表达和三维空间形态分析提供了有力的数学工具。但在实际的构造地质研究中的应用还相对缺乏, 不够深入。有必要对其在地质构造研究中的应用作进一步的深入研究, 形成系统的理论和方法。建立微分构造几何学的概念。

(2) 进一步探索地质构造要素的微分几何学表达, 建立地质构造要素的微分几何学概念。便于利用数学工具和力学工具对地质构造现象进行理论上的计算和分析。

(3) 现代微分几何学的流形分析在地质构造的运动学和动力学研究方面值得探索和研究。

参 考 文 献

- [1] 朱志澄. 构造地质学 [M]. 武汉: 中国地质大学出版社, 1999.
- [2] 梅向明, 黄敬之. 微分几何学 [M]. 北京: 高等教育出版社, 1981.
- [3] 曾锦光, 罗元华, 陈太源. 应用构造面主曲率研究油气藏裂缝问题 [J]. 力学学报, 1982, 2: 202~206.
- [4] 梅廉夫, 李春梅. 江汉盆地王场地区泥岩储层裂缝演化及其模拟 [J]. 地球科学, 1995, 20 (3): 256~263.
- [5] 郭科, 胥泽银, 倪根生. 用主曲率研究裂缝性油气藏 [J]. 物探化探计算技术, 1998, 20: 335~337.
- [6] Samson P, Mallet J-L. Curvature analysis of triangulated surfaces in structural geology [J]. *Mathematical Geology*. 1997, 29: 391~412.
- [7] Murray GH. Quantitative fracture study-Sanish Pool McKenzie Country [J]. *North Dakota. American Association of Petroleum Geologists Bulletin*. 1968, 52 (1): 57~65.
- [8] T. D. 范, 高尔夫-拉特. 裂缝油藏工程基础 [M]. 北京: 石油工业出版社, 1989.
- [9] Lisle RJ. Constant bed-length folding. Abstracts of Annual Tectonics Studies Group Meeting. 1988: 32.
- [10] Lisle RJ. Constant bed-length folding: three-dimensional geometrical implications [J]. *Journal of Structural Geology*. 1992, 15: 245~252.
- [11] 李志勇, 曾佐勋, 罗文强. 构造面曲率分析及三维可视化软件 3DCAVF 开发与实践 [J]. 中山大学学报 (自然科学版) 2003, 42 (5): 101~104.
- [12] 李志勇, 曾佐勋, 罗文强. 裂缝预测主曲率法的新探索 [J]. 石油勘探与开发. 2003, 30 (6): 83~85.
- [13] Lisle RJ. Detection of zones of abnormal strains in structures using Gaussian curvature analysis [J]. *American Association of Petroleum Geologists Bulletin*. 1994 (78): 1811~1819.
- [14] Bergbauer S, Pollard DD. How to calculate normal curvatures of sampled geological surfaces [J]. *Journal of Structural Geology*. 2003, 25: 277~289.
- [15] Lisle RJ, Styles P, Freeth SJ. Fold interference structures: the influence of layer competence contrast [J]. *Tectonophysics*. 1990, 172: 197~200.
- [16] Medwedeff DA, Suppe J. Kinematics, timing and rates of folding and faulting from synthetonic sediments geometry [J]. *EOS*. 1986, 67 (44): 1223.
- [17] Jones PB, Linnser H. Computer synthesis of balanced structural cross sections by forward modeling [J]. *Petroleum Geologists Bull*. 1986, 70 (5): 605.
- [18] Mallet JL. Presentation dun ensemble de methods et techniques de la cartographie automatique numerique [J]. *Sciences de la Terre*. 1974, 4: 213.
- [19] Ramsay, J. G 著. 单文琅等译. 岩石的褶皱作用和断裂作用 [M]. 北京: 地质出版社, 1985: 234~380.
- [20] Lisle RJ, Robinson JM. The Mohr circle for curvature and its application to fold description [J]. *Journal of Structural Geology*. 1995, 17 (5): 739~750.
- [21] Ozkaya S. QUADRO—a program to estimate principal curvatures of folds [J]. *Computers & Geosciences*. 2002, 28: 467~472.
- [22] Ozkaya S. CURVAZ—a program to calculate magnitude and direction of maximum structural curvature and fracture-flow index [J]. *Computers & Geosciences*. 2002, 28: 399~407.
- [23] Timoshenko S. *Theory of elasticity* [M]. New York: McGraw-Hill Book Co. 1951.
- [24] 周继彬, 曾佐勋, 樊春. 滑脱断层曲率在金矿成矿规律研究中的应用 [J]. 地质找矿论丛, 2001, 16 (3): 178~181.

- [6] 张长厚,王根厚,王果胜,等. 辽西地区燕山板内造山带东段中生代逆冲推覆构造 [J]. 地质科学, 2002, 37 (1): 64~76.
- [7] 王瑜. 中生代以来华北地区造山带与盆地的演化及动力学 [M]. 北京: 地质出版社, 1998.
- [8] 和政军,孟祥化,葛铭. 燕山地区长城纪沉积演化及其构造背景 [J]. 沉积学报, 1997, 12 (2): 10~19.

TECTONIC ACTIVITY OF THE LENGKOU FAULT IN EASTERN HEBEI SINCE THE MESOZOIC AND ITS GEOLOGICAL SIGNIFICANCE

CHEN Yun-feng, WANG Gen-hou, ZHANG Chang-hou, QIN Yuan, MU Sheng-li, LIU Yang

(China University of Geosciences, Beijing 100083, China)

Abstract: While regionally the whole tectonic framework of the Yanshan intraplate orogenic belt is oriented in E—W and NNE directions, the tectonic line of the Lengkou fault strikes NW. On the basis of detailed field tracing of the Lengkou fault, combined with previous regional research results, the authors hold that the Lengkou fault resulted from polyphase tectonic activities and controlled Mesoproterozoic deposits. The fault activities since the Mesozoic may be divided into four phases: 1. north-vergent thrusting in the early Middle Jurassic; 2. normal-sinistral strike-slip movement in the terminal Middle Jurassic to Early Cretaceous; 3. south-directed thrusting in the Late Cretaceous; and 4. dextral strike-slip movement in the late phase.

Key words: eastern Hebei; Lengkou fault; Yanshan intraplate orogenic belt; normal-sinistral strike-slip movement

(上接第 376 页)

APPLICATIONS OF DIFFERENTIAL GEOMETRY TO QUANTITATIVE ANALYSIS OF STRUCTURAL GEOLOGY

LI Zhi-yong^{1,2}, ZENG Zuo-xun^{1,2}, LUO Wen-qiang³

(1. School of Earth Sciences, China University of Geosciences, Wuhan 430074, Hubei, China;

2. Central China Tectonomechanical Research Center, Wuhan 430074, Hubei, China;

3. Department of Mathematics and Physics, China University of Geosciences, Wuhan 430074, Hubei, China)

Abstract: This paper elucidates the necessity of introducing differential geometry in the quantitative study of structural geology and discusses its applications in the quantitative study of structural geology and relevant numerical calculation method. Differential geometry provides a basis for the quantitative description of the geometry of geological structure and construction of a precise mathematical analytical model and is also an important mathematical tool for the in-depth quantitative study of the geometry of geological structure and its variations. In order to combine differential geometry with other advanced techniques and methods more conveniently, on the basis of previous studies, the authors summarize the construction and reconstruction of a mathematical model for geological structure, computer-aided automatic analysis and calculation and 3D visualization and movement simulation. It can be applied to the forecasting of fractures, analysis of structural plane deformation, morphological classification of folds, detection of hidden faults and evaluation and study of mineral deposits and oil/gas accumulations.

Key words: differential geometry; structural geology; curvature; quantitative analysis; forecasting of fractures; structural deformation