

砂岩类脆性无序介质连续破坏过程的细观模拟

邢纪波 俞良群
(烟台大学土木工程系,烟台)

王泳嘉
(东北大学资源及土木工程学院,沈阳)

摘要 为了分析砂岩类无序介质在各种荷载作用下的连续破坏过程,本文提出了梁-颗粒细观模型。在此模型中,介质被离散为一系列的颗粒单元,这些颗粒单元均由弹脆性的梁单元联结。颗粒的力学行为由离散单元法和有限单元法确定。当某个梁单元所受应力超过其强度时,就随即将它从计算网络中剔除,以模拟介质的破坏行为。为了验证数值模型的可靠性,分别从破坏模式和荷载-位移曲线两方面与物理模型实验进行了对比,结果表明两者基本一致。此外,探讨了无序性对介质裂纹分布形式的影响,并用分维表述了裂纹分布与荷载强度之间的内在联系。

关键词 梁-颗粒模型 无序介质 连续破坏过程 细观结构 分维

0 引言

模拟砂岩类无序介质在各种应力条件下的连续破坏过程,对于掌握裂纹的产生、扩展和相互作用机理是非常重要的。砂岩类介质包括一些人工材料,如混凝土,这是一类由(骨料)颗粒与基体胶结在一起所组成的非均匀、无序和多相介质。由于这类介质内部各点密度、孔隙率和力学性质等不尽相同,在荷载作用下将产生应力集中现象,并导致生成微裂纹。微裂纹一般认为是从介质的最薄弱点或不同尺度的缺陷处产生和发展的,尤其是在(骨料)颗粒与基体的界面处。砂岩类无序介质的断裂破坏过程就是从这些微裂纹开始的,微裂纹的进一步串接将导致宏观裂纹乃至整个结构的破坏。因此,研究砂岩类无序介质的连续破坏过程必须考虑介质的微、细观结构。

从实验角度研究岩石裂纹的微细观形态已经取得了一些研究成果^[1],本文从数值计算角度研究探讨砂岩类无序介质的破坏过程。以往的数值模型多数是在虚裂缝模型(Fictitious Crack Model)基础上发展起来的宏观力学模型^[2]。这类模型把断裂能作为介质性质,适用于结构计算,但它们难以精确地描述无序介质裂缝的产生和扩展机理,主要原因在于介质被假定为均匀的,模型中没有考虑无序的细观结构。尽管对砂岩类无序介质细观结构的认识已经积累了一定的经验,仍然有许多基本问题没有得到解决。因此,提出一种能够考虑介质细观结构的

1998年 2月 4日收稿,1998年 6月 1日修改稿

国家教委博士点基金、山东省自然科学基金和地质灾害防治与工程地质环境保护国家专业实验室资助项目

数值模型,在一个比较真实的尺度上研究砂岩类无序介质的力学行为就显得尤为迫切。

模拟断裂的尺度最好是原子量级,但是,由于受计算机内存和速度的限制,目前采用原子尺度目前是实现,然而随着高速计算机的发展,从微观或细观尺度模拟介质的结构已成为可能。目前应用比较活跃的细观数值模型是梁模型(Lattice Model)^[3]。国际 RILEM 联合会在最近的综述报告中称,该模型在混凝土微裂纹研究中是一个十分有发展前途的工具^[4]。该模型是将裂纹发生区域划分为一系列的梁单元,梁单元的性质依其所代表的基体、(骨料)颗粒以及界面的性质而定。当梁单元所受应力超过其强度时,该单元就随即从计算网络中剔除,用此模型研究受拉试件破坏时所得到的裂纹模式与实验观察到的结果一致。但用此模型解决受压试件破坏时,由于没有提出合理的抗压强度准则,存在介质质量或体积逐渐泯灭问题,违反了物质不灭定律。此外,该模型还不能考虑颗粒的旋转和分离,而砂岩类无序介质在实际工程中大多处于受压状态,研究受压破坏过程更具有实际意义。因此,梁模型的应用范围受到了一定的限制。

为了克服梁模型的上述弱点,本文提出了梁-颗粒细观力学模型(Beam-Particle Model),模拟砂岩类无序介质在各种应力条件下从连续变形过渡到失效破坏的全过程。在此模型中,整个介质被离散成一系列的颗粒体,相邻颗粒由弹、脆性的梁单元联结,而颗粒的力学行为由离散单元法(Distinct Element Method)来模拟^[4],这样,单元之间允许传递压应力。梁-颗粒模型具有梁模型和离散单元法的优点,充分发挥了梁单元抗拉和离散单元抗压的特点,弥补了它们各自的不足,不仅能够模拟(骨料)颗粒与基体之间所产生的拉、剪、压裂纹及其扩展过程,也能够模拟介质损伤后期的力学行为,如颗粒与颗粒之间的相互碰撞以及碎裂块体高速飞离母体等。

下文首先介绍梁-颗粒细观模型的基本原理,然后以单轴受压试件为例,模拟裂纹的产生和扩展全过程以及伴随的非线性动力学特性,并与实验结果进行对比。此外,探讨了介质无序性对其力学行为的影响,并将分形理论引入梁-颗粒模型中,对诸如试件所受应力与裂纹的连通率之间是否存在普适性规律也进行了研究。本文的重点是模拟裂纹的扩展过程,给出裂纹的分布模式,并与物理实验相对比,以验证模型的有效性。

1 数值模型

梁-颗粒细观数值模型中,介质被划分为颗粒单元集合体,相邻颗粒单元由有限单元法中的弹、脆性梁单元来联结(图 1)。若某个颗粒单元的生成位置处不存在实际(骨料)颗粒,那么,该颗粒单元被称之为“基体颗粒”。它们起胶结和传力作用,而把组成(骨料)颗粒的那些颗粒单元称之为“增强颗粒”。根据所联结的颗粒类型不同,梁单元可分为三种类型:增强梁单元(联结增强颗粒与增强颗粒)、基体梁单元(联结基体颗粒与基体颗粒)以及界面梁单元(联结增强颗粒与基体颗粒)。梁单元的类型不同其性质如强度、刚度、弹性模量以及剪切模量等也不同。梁-颗粒模型可以通过改变梁单元的性质及颗粒单元的尺寸等,模拟介质的无序

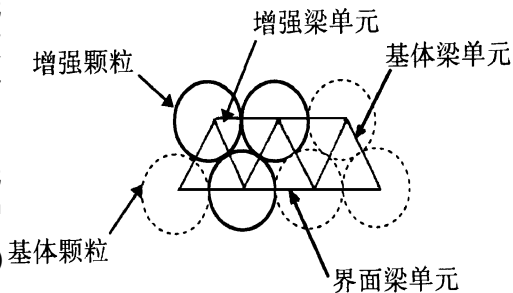


图 1 梁-颗粒模型

Fig. 1 Schematic representation of the beam-particle model

性和非均匀性,空洞缺陷等可通过断开梁单元来实现。

梁颗粒模型采用分步积分法进行迭代求解。由于介质的结构已被模拟得相当细致,此模型在原理和求解方面变得十分简单。下文对此模型做更为详细的介绍。

1.1 梁单元力-位移方程^[6]

对于一个联结两个颗粒的梁单元,其任意一个结点 i (即颗粒的形心) 都有三个自由度: 两个位置坐标 x_i 和 y_i 以及一个转角 θ_i 。梁单元具有一定的高度和宽度,能够承受轴力、剪力和弯矩。为了便于公式表达,首先定义两个相对位移量和三个与介质性质有关的参数:

$$\Delta x = x_j - x_i, \Delta y = y_j - y_i \quad (1)$$

$$s = EI/l, T = EA/l, U = 14.4EI/(GA l^2) \quad (2)$$

式中, E 和 G 分别是杨氏模量和剪切模量; A 是梁单元的横截面积; I 是梁单元弯曲惯性矩。对于一个水平方向的梁单元,其结点 i 和 j 所受的轴力为:

$$N_{ij} = N_{ji} = T \Delta x \quad (3)$$

剪力为:

$$Q_j = Q_i = \frac{6s}{(1+U)l}(\theta_i + \theta_j) - \frac{12s}{(1+U)l^2}\Delta y \quad (4)$$

以及结点 i 的弯矩为:

$$M_{ij} = \frac{(4+U)s}{1+U}\theta_i + \frac{(2-U)s}{1+U}\theta_j - \frac{6s}{(1+U)l}\Delta y \quad (5)$$

$$M_{ji} = \frac{(2-U)s}{1+U}\theta_i + \frac{(4+U)s}{1+U}\theta_j - \frac{6s}{(1+U)l}\Delta y \quad (6)$$

垂直方向的梁单元所受内力也有类似的表达式。

在每个加载时步,需判断梁单元所受内力是否超过其强度。当梁单元所受应力大于其强度时,该梁单元就从计算网络中剔除,以模拟砂岩类无序介质的断裂破坏。梁单元所受最大应力可由下式计算:

$$\sigma = ZN/A + \alpha_{\max}(|M_i|, |M_j|)/W \quad (7)$$

式中, N 是梁单元所受的轴向应力; M_i 和 M_j 分别是作用于梁单元结点 i 和结点 j 的弯矩; $A = dh$ 是梁单元的横截面积, d 是梁单元的宽度, $h = 0.618l$ 是梁单元的高度, l 是梁单元的长度; $W = dh^2/6$ 是梁单元的截面抵抗矩; Z 和 α 分别是梁单元所受轴力和弯矩的折减系数。

1.2 颗粒单元的运动规律

当某个梁单元发生断裂并从计算网络中剔除后,它所联结的两个颗粒单元则可以根据离散单元原理相互作用^[7],即颗粒单元之间的作用力可根据一定的力-位移法则确定,而每个颗粒单元的位移可由牛顿第二运动定律用中心差分法按时步求解。颗粒单元之间可传递压力但不能传递拉力,拉力可由上述梁单元来承受。离散单元法的主要优点是允许非连续介质任意位移和转动。

2 实验验证

若考虑砂岩类无序介质的无序性,则很难保证物理实验与数值模拟完全相似。如前所述,本文重点是验证梁颗粒模型的有效性。为了方便起见,本文给出的物理实验和数值计算,都没有区分增强颗粒和基体颗粒,即增强颗粒和基体颗粒的物理力学性质取值相同。下文对特制的

柱体试件进行单轴抗压实验,并记录试件损伤过程中的荷载-位移曲线和裂纹分布形式,以便与数值模拟结果对比

用于单轴抗压实验的试件是由直径为 5.0 mm 的钢丝按正六边形紧密排列方式粘结而成的。钢丝密度为 $7.845 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ 。粘结剂的重量配合比为 425 普通硅酸盐水泥 : E-44 环氧树脂 : 乙二胺 : 磷苯二甲酸丁二酯 : 甲苯 = 2 : 1 : 0.1 : 0.1。试件粘结成型一天后脱模,在室内条件下 (温度 20°C , 湿度 50%) 养护 28 天。

试件的形状为立方体和长方体。立方体的尺寸为 $60 \times 60 \times 60 \text{ mm}$; 长方体的尺寸为 $60 \times 150 \text{ mm}$, 厚度为 50 mm。在压力机上以恒定速率分别对它们进行单轴抗压实验。实验时,将没有经过润滑处理的试件端部与压力传感器 (BHR-4) 相接,压力传感器底部的承压板与位移计 (LVDTs) 相连,试件所受的轴向荷载和轴向位移用 IMP 数据采集系统进行自动记录和分析。

图 2 是立方体试件加载破坏后的裂纹分布图,从中可以看出裂纹是不连续的,整体分布类似著名的“砂钟形”。由于裂纹的张开,试件的体积发生了显著膨胀。当立方体试件产生 1.15 mm 位移时,其荷载-位移响应曲线如图 3 所示,从中不难看出试件表现为脆性破坏。图 4 给出了长方体试件的破坏情况,从中可以看出,增大试件的长宽比有可能在试件中产生一条明显的斜剪切主裂纹。此破坏模式与 Van Mier 所观察到的实验结果基本一致^[8]。



图 2 立方体试件中加载破坏后的裂纹分布

Fig. 2 Crack pattern of the cubic specimen loaded up to failure

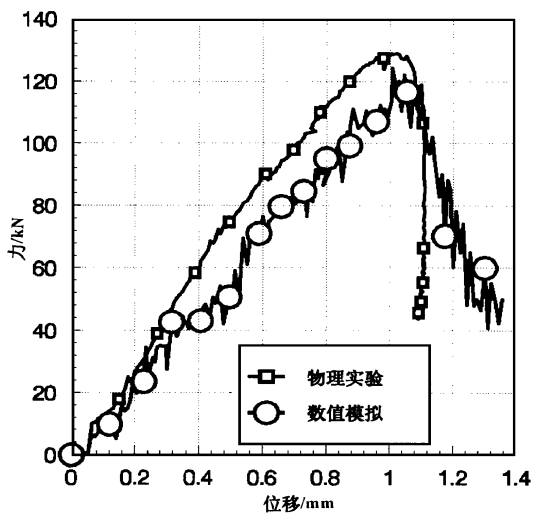


图 3 立方体试件的荷载-位移曲线
Fig. 3 Experimental and simulated load-displacement curves of the cubic specimen

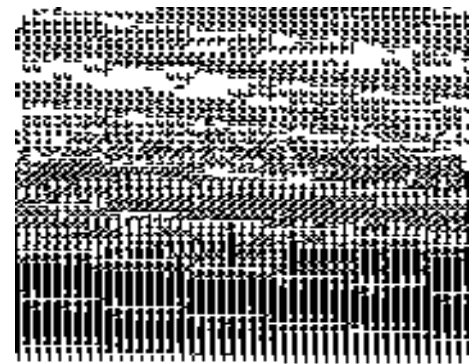


图 4 长方体试件破坏后的裂纹分布

Fig. 4 Crack pattern of the rectangular parallelepiped specimen loaded up to failure

3 数值模拟

3.1 与实验结果的对比

本文用梁-颗粒模型对上述实验进行了数值模拟。所有模拟都是在位移边界条件下完成的,计算时步取 $1\mu\text{s}$ 。在 ACI 建筑规范中,混凝土的弹性模量与其抗拉强度之间存在一定的经验公式^[9],本文受其启发,通过多次数值模拟,得到了如下经验公式:

$$E_b = 3.5 + 4.3 E_c \text{ (GPa)} \quad (8)$$

$$f_t = 0.03 E_c^{2/3} \text{ (MPa)} \quad (9)$$

$$f_c = 10.0 f_t \text{ (MPa)} \quad (10)$$

式中, E_c 、 E_b 分别是试件和梁单元的杨氏模量; f_t 、 f_c 分别是梁单元的抗拉强度和抗压强度; 数值模拟所需参数如表 1 所示。

立方体和长方体试件连续破坏过程的数值模拟结果如图 5 和图 6 所示。与图 2 和图 4 的物理实验结果对比可以发现,从整体上看两者的裂纹分布形式较为相似。当试件的高度与宽度相等或相近时,试件的破坏模式呈著名的“砂钟形”;当试件的高度远远大于宽度时,试件很有可能沿一条主裂纹发生斜剪切破坏。

用梁-颗粒模型模拟得到的立方体试件的荷载-位移曲线如图 3 所示。与实验结果比较可以发现,荷载达到峰值后,数值模拟出的脆性破坏特征没有实验结果那样显得突出。但是,数值模拟和实验观察到的峰值荷载的大小和位置,两者却非常相近。

表 1 数值模拟参数

Table 1 Input parameters for numerical simulation

力学参数名称	数值
试件杨氏模量	30.0 GPa
梁单元杨氏模量	27.1 GPa
梁单元泊松比	0.30
梁单元抗压强度	29.0 MPa
梁单元抗拉强度	2.9 MPa
颗粒的法向和切向刚度	260.0 kN/mm
摩擦角	45°

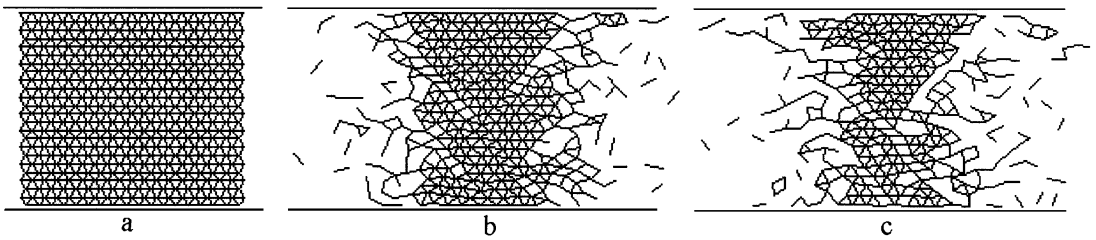


图 5 立方体试件破坏过程的数值模拟

Fig. 5 Crack history of cubic specimen at different stages of loading

a. 初始阶段的梁网格; b. 破坏阶段 1 的梁网格; c. 破坏阶段 2 的梁网格

3.2 介质无序性对裂纹分布形式的影响

为了模拟砂岩类介质的无序性或非均匀性,假定梁单元的杨氏模量和抗拉强度符合对数正态分布,这些参数的均值同表 1。下面以单轴压缩实验为例,模拟介质力学性质的无序性对裂纹分布形式的影响。图 7a 是试件的初始状态。图 7b 是试件在其介质无序性较弱条件下的

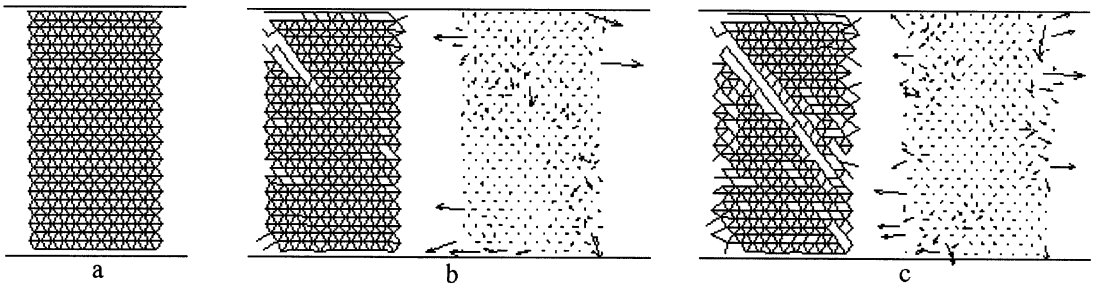


图 6 长方体试件的破坏过程数值模拟

Fig. 6 Crack history of Rectangular parallelepipedal specimen at different stages of loading

a. 初始阶段; b. 破坏阶段 1; c. 破坏阶段 2 的梁网格

受压破坏情况。此时,梁单元杨氏模量和抗拉强度标准差分别为 0.05GPa和 0.01MPa 图 7c 是当梁单元杨氏模量和抗拉强度标准差分别为 2.5GPa和 0.6MPa 时的试件受压破坏情况。从两者的裂纹分布图可以看出,介质力学性质的无序性对其力学行为的影响是很大的。

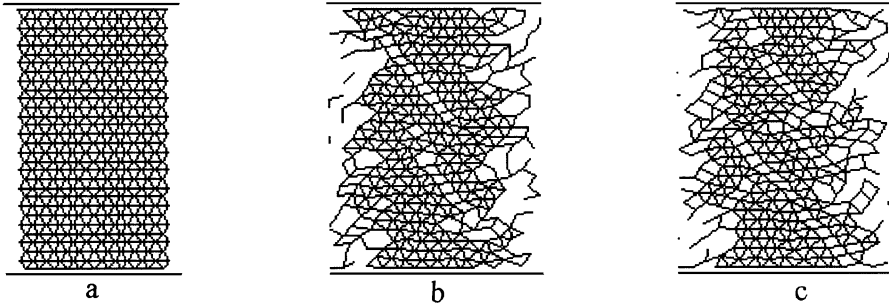


图 7 介质无序性对裂纹分布的影响

Fig. 7 The influence of heterogeneity on crack patterns

a. 梁网格初始状态; b. 介质力学性质较均匀; c. 介质力学性质无序

3.3 裂纹生成过程中的分形特性

定量地表述荷载大小与裂纹演化之间的内在联系,提取与介质破裂过程中有关的相关性、临界性和分形等非线性动力学信息,对于研究砂岩类无序介质的服役寿命具有十分重要的理论意义和实用价值。为此,本文运用一种非线性力学研究方法—分形理论^[10],探讨砂岩类无序介质损伤过程中的混沌和自组织现象。

由于梁颗粒模型采用盒子检索法确定颗粒之间的接触关系^[7],而且盒子尺寸不影响计算结果,因此,自然使人想到可以采用盒子计数法分析试件在加载过程中的裂纹分维变化规律。盒子计数法的具体计算步骤是:将整个研究区域按尺度 X 划分成一定数量的正方形盒子,确定覆盖特定区域 E 所需的盒子数 $N_i(E, X)$;然后,改变盒子尺度重复进行以上过程;最后,在双对数坐标系 $(\log N_i(E, X) - \log X)$ 下,采用线性回归法计算拟合直线的斜率,即得所求的分维 D 。

通过多次数值模拟发现,梁颗粒细观模型当试件所受荷载达到其极限抗压强度时,试件

的裂纹分维大致在 $[1.4, 1.6]$ 区间。以图 5 所示的立方体试件破坏模拟为例,当立方体试件在轴向压力作用下位移达到 1.0mm (见图 3),即荷载将要达到最大值时,盒子尺度与覆盖裂纹所需的盒子数之间的关系如图 8 中直线 a 所示,该拟合直线的斜率 1.38 即为裂纹的分维,小于 1.4 。当试件所受荷载超过其抗压强度不久(位移为 1.1mm)时,裂纹的分维增加到 1.71 (图 8 中直线 b 的斜率),远远大于 1.4 和 1.6 ,存在分叉现象。因此,可以把 1.4 和 1.6 作为两个特征值,用以评价和预计裂纹的连通率及荷载强度。当分维 D 小于 1.4 时,表明裂纹还没有充分串接,荷载还能够继续增加;当分维 D 大于 1.6 时,表明试件中的裂纹已充分发育,其工程特性已变得非常差。

4 结 语

(1) 提出了一种用于模拟砂岩类脆性无序介质破坏全过程的梁-颗粒细观模型,并详细地介绍了基本原理

(2) 从裂纹分布形式和荷载-位移曲线两方面与物理实验进行了对比,证实了梁-颗粒细观数值模型用于模拟砂岩类无序介质的连续破坏过程是可行和有效的。该模型可以模拟试件在各种荷载条件下的破坏模式和连续损伤过程,尤其是能够模拟介质损伤后期的力学行为。

(3) 算例表明介质力学性质无序性对裂纹分布形式影响很大。

(4) 砂岩类脆性无序介质在单轴压缩损伤过程中荷载强度与裂纹分维之间存在着一定的内在联系。研究表明,当试件所受荷载达到其极限抗压强度时,试件的裂纹分维大致在 $[1.4, 1.6]$ 区间内。

(5) 梁-颗粒细观数值模型虽然是为了模拟无序介质的损伤过程而提出来的,但此模型应用于研究均匀介质的破坏问题同样是适用的。

最后需要指出的是,梁-颗粒细观数值模型尚处于发展和完善阶段,还有许多问题需要进一步的研究,如梁单元破坏准则和计算参数的合理确定,以及建立三维梁-颗粒细观模型等。

参 考 文 献

- 1 朱大岗. 实验岩石裂隙微观形态初探. 地质力学学报, 1997, 3(1): 57- 61
- 2 Hillerborg A, Modeer M and Petersson P E. Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements. Cement and Concrete Research, 1976, 6(6): 773- 782
- 3 Herrmann H J, Hansen H, Roux S. Fracture of disordered, elastic lattices in two dimensions. Phys Rev. 1989, B39(1): 637- 648
- 4 Bascoul A. State of the art report-Part 2 Mechanical micro-cracking of concrete. Materials and Structures, 1996, 29: 67- 78
- 5 Cundall P A, Strack O D L. A discrete numerical model for granular assemblies. Geotechnique, 1979, 2(1): 47- 65

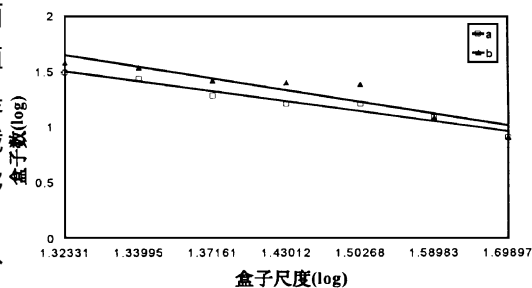


图 8 轴向抗压试件达到极限强度前后的裂纹分维

Fig. 8 Fractal dimension just before and after the compressive strength of the specimen is exceeded

- 6 龙驭球,包世华. 结构力学(第二册).北京:高等教育出版社,1979. 298- 303
- 7 王泳嘉,邢纪波. 离散单元法及其在岩土力学中的应用.沈阳:东北大学出版社,1991. 60- 89
- 8 Van Mier J G M. Multiaxial strain softening of concrete. *Materials and Structures*, 1986, 19 179- 200
- 9 ACI Committee 318. Building code requirements for reinforced concrete(ACI 318- 83). American Concrete Institute. Detroit, 1983 118
- 10 Xie H. Fractals in rock mechanics. *Geomech. Research Ser. Balkema, Rotterdam /Brokfield*, 1993

MODELLING OF PROGRESSIVE FAILURE OF BRITTLE DISORDERED MATERIALS E. G. SANDSTONE

Xing Jibo Yu Liangqun

(Department of Civil Engineering, Yantai University, Yantai)

Wang Yongjia

(Northeastern University, Shenyang)

Abstract In this paper the beam-particle model at a fine structural scale is presented for analysis of the progressive failure of such brittle disordered materials as sandstone by different loadings. In the model, the media are divided as an assembly of particle elements linked by elastic brittle beam elements. The mechanical behaviour of particle elements is determined by the distinct element method and finite element method. As soon as a particular beam element is stressed beyond its assigned strength it is removed from the computation in simulation of the rupturing of the material. Two physical experiments are performed to verify the numerical results. The rupturing model and load-displacement response obtained are in good agreement with the experimental results. Moreover, the influence of heterogeneity on fracture patterns is also discussed and the correlation between the fracture distribution and the loads imposed is characterized in fractal dimensions.

Key words Beam-particle model, brittle disordered materials, progressive failure, fractal dimension

第一作者简介

邢纪波,男,1962年生,工学博士,副教授。主要从事结构工程和岩土力学方面的教学和科研工作。通讯地址:山东省烟台市烟台大学土木工程系 邮政编码:264005