

文章编号: 1006-6616 (2005) 03-0273-05

变形介质流固耦合渗流的数值模型及其应用

董平川

(中国石油大学石油天然气工程学院, 北京 昌平 102249)

摘要: 在地下流体的开采过程中, 随着地下流体的不断采出, 必然造成孔隙流体压力的逐渐降低, 由此导致储层岩石骨架的有效应力增大, 地层产生变形或压实, 甚至造成地表沉陷。针对饱和土固结问题, 利用可变形多孔介质中流体渗流的流固耦合有限元数值模型, 对该问题进行了数值模拟。同时, 对油井开采过程进行了模拟。

关键词: 流固耦合; 土固结; 有限元方法; 数值模拟

中图分类号: TE319

文献标识码: A

0 引言

在石油开采或地下水抽放的过程中, 地层上部的岩层重量, 一部分由岩石骨架承受, 另一部分由孔隙流体承担。地下流体的不断开采, 必然造成储层孔隙压力的降低, 使得岩石骨架的有效应力增大, 造成介质物性, 特别是渗透率的减小; 同时, 上部岩层的荷重大部分转移到岩石骨架上, 这样将导致储层的压实和表面沉降, 同时在垂直和水平方向上产生位移。当地层的变形很大时, 会造成地表沉陷, 造成严重的经济损失和环境灾害问题^[1-2]。

最早研究流体—固体变形耦合现象的是 Terzaghi^[3], 提出了有效应力的概念。尔后, Biot^[4]系统地描述了三维弹性可变形多孔介质中流体流动与固体变形之间的耦合作用, 建立了三维固结理论, 被广泛地应用于土固结、坝基应力分析等领域。本文在文献 [5, 6] 的基础上, 利用流固耦合有限元数值方法模拟饱和土的变形问题, 并与 Terzaghi 一维土固结解进行了对比验证。同时, 对油井开采过程进行了模拟。

1 流固耦合的数学模型及其有限元解

利用文献 [5, 6] 的方法, 假设固相区域 Ω 内的总应力为 σ , 体力为 b , 区域 Ω 的边界 Γ 上的边界力为 \hat{i} 。利用虚功原理, 并结合有效应力原理和岩石骨架的本构关系得到增量形式的平衡方程

收稿日期: 2004-10-29

基金项目: 国家自然科学基金项目 (50004002) 和国家重点基础发展规划 (973) 项目 (2002CB412708) 资助。

作者简介: 董平川 (1967-), 男, 副教授, 1986 年毕业于昆明理工大学, 1998 年在东北大学获博士学位。主要从事流固热多场耦合渗流理论、数值方法及其在油气开采中的应用方面的研究。电话: 010-89734337, E-mail: dongpc@bjpeu.edu.cn

$$\int_{\Omega} \delta \varepsilon^T D_T \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} d\Omega - \int_{\Omega} \delta \varepsilon^T m \frac{\partial p}{\partial t} d\Omega + \int_{\Omega} \delta \varepsilon^T D_T m \frac{\partial p}{\partial t} \frac{1}{3K_s} d\Omega - \int_{\Omega} \delta \varepsilon^T D_T \frac{\partial \varepsilon_0}{\partial t} d\Omega - \frac{\partial \hat{f}}{\partial t} = 0 \quad (1)$$

式中

$$\frac{\partial \hat{f}}{\partial t} = \int_{\Omega} \delta u^T \frac{\partial b}{\partial t} d\Omega + \int_{\Gamma} \delta u^T \frac{\partial t}{\partial t} d\Gamma \quad (2)$$

其中 ε 为骨架的总应变; $d\varepsilon_0$ 为与应力变化无直接联系的其它应变 (如水化膨胀、温度和化学因素等引起的); p 为流体的孔隙压力; K_s 为岩石的体积弹性模量; D_T 为岩石的本构矩阵, 它与岩石材料的特性、骨架的有效应力 σ' 和总应变有关。 $m = [1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ 。

假设流体在可变形多孔介质中的流动服从 Darcy 定律, 根据质量守恒定律, 并考虑总应变的变化、孔隙压力的变化而引起的固体骨架体积的变化、流体密度的变化和有效应力的变化而引起的固体骨架颗粒大小的改变等因素对流体质量的影响, 可以得到流体在可变形饱和储层中流动的连续性方程

$$\bar{A} \equiv -\nabla^T \left\{ \frac{K}{\mu} (p + \rho g h) \right\} + \left(m^T - \frac{m^T D_T}{3K_s} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \left[\frac{(1-\phi)}{K_s} + \frac{\phi}{K_f} - \frac{1}{(3K_s)^2} m^T D_T m \right] \frac{\partial p}{\partial t} = 0 \quad (3)$$

式中略去了源、汇的影响。其中 K_s 为岩石的体积弹模, K_f 为流体的体积弹模, ϕ 为岩石的孔隙率, K 为储层的绝对渗透率矩阵, μ 为流体的动态粘度。

平衡方程 (1) 和连续性方程 (3) 即为弹性储层中单相流体流动的流固耦合方程。

根据 Galerkin 方法, 以耦合方程中的位移和孔隙压力为未知量, 得到几何域上的耦合解, 并用全隐式差分方法得到时间域上的解如下

$$\begin{bmatrix} K & L \\ L^T S + \alpha H \Delta t_k & \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{u} \\ \bar{p} \end{Bmatrix}_{t_k + \Delta t_k} = \begin{bmatrix} K & L \\ L^T S - (1-\alpha) H \Delta t_k & \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{u} \\ \bar{p} \end{Bmatrix}_{t_k} + \left\{ \frac{df}{dt} + C \right\} \Delta t_k \quad (4)$$

式中的有关量见文献 [5, 6]。利用式 (4) 我们成功地开发了流固耦合有限元数值模拟软件 NSFSC^{2D}, 并利用该软件对油井开采过程中油层的变形问题进行了模拟。

2 模型验证

2.1 一维弹性土固结模型

如图 1 所示, 考虑均布载荷 p_0 作用下的一维土固结问题, 显然它是一个平面应变问题。取图示的坐标, 并假设一维土体完全被流体 (水) 充满, 土体表面 ($z=0$) 可以自由排放, 而土体最底层 ($z=-H$) 是光滑的、不渗透的, 且是刚性的。在这些假设的基础上, 该问题的边界条件为

$$\left. \begin{aligned} \sigma_z(0, t) &= -p_0 & -\infty < t < \infty \\ p(0, t) &= 0 & t > 0 \\ u(-H, t) &= 0, \frac{\partial p}{\partial z}(-H, t) = 0 & -\infty < t < \infty \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

上述条件下, 其解析解为

$$p = \sum_{m=0}^{\infty} \left(\frac{2p_0}{M} \sin \frac{Mz}{H} \right) \exp(-M^2 T_v) \quad (6)$$

式中 $M = \frac{1}{2} \pi (2m + 1)$, $m = 1, 2, 3, \dots$

T_v 是一个无因次时间因素 (dimensionless time factor), 表示为

$$T_v = \frac{c_v t}{H^2} \tag{7}$$

根据式 (6) 很容易求出任意时刻 t , 任意深度 z 处的孔隙压力 p 。

2.2 一维弹性土固结的流固耦合数值模拟

该问题的有限元数值计算, 我们采用的是八结点二维等参单元 (厚度均为 1m), 共 9 个单元, 结点数为 48。所采用的有关参数为

$$k_{xx} = k_{zz} = 1.22 \times 10^{-6} \text{ m/day}, v = 0.4$$

$$M = 1.05, E = 287.4 \text{ kN/m}^2$$

图 2 为一维土固结问题的表面沉降的预测结果。图中 u_∞ 是一个由 Terzaghi 理论得到的无限沉降值, 它为

$$u_\infty = u(0, t) |_{t=5000} \tag{8}$$

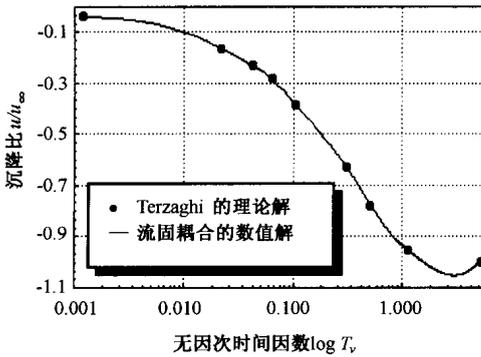


图 2 一维土固结的表面沉降

Fig.2 Surface settlement of one-dimensional consolidation

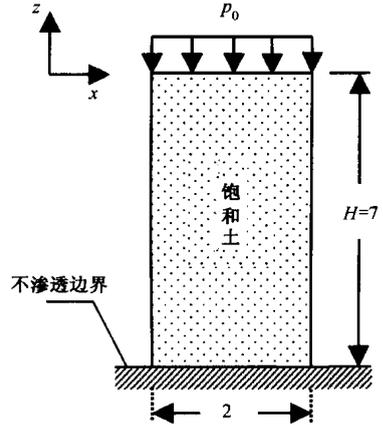


图 1 一维弹性土固结模型

Fig.1 One-dimensional elastic consolidation model

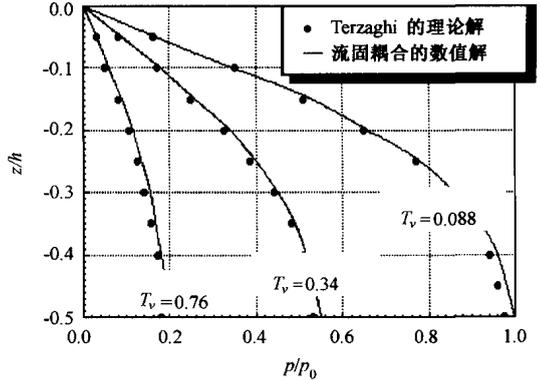


图 3 不同时刻孔隙流体压力

Fig.3 Pore pressures at different times

从图 2 中可以看出, 由流固耦合数值分析软件 NSFSC^{2D} 得到的表面沉降值与按 Terzaghi 理论得到的值比较接近。而图 3 描述了在不同时刻 (即无因次时间因素 T_v 分别等于 0.088, 0.34, 0.76) 孔隙流体压力随深度 z 的变化情况。

综上所述, 从上面的数值实例可以发现由流固耦合数值分析软件 NSFSC^{2D} 得到土的一维固结问题的数值解与 Terzaghi 理论得到的结果比较接近。

3 单井开采的流固耦合分析

考虑可变形饱和储层中半径为 a 的垂直井的井壁应力分析问题。假设储层初始孔隙压力为 p_0 , 井眼内流体压力为 p_f , 而远场水平地应力场为各向同性的, 则该问题是平面应变

状态下的轴对称问题。

数值计算时采用的基本参数为

$$K_x = K_y = 2 \times 10^{-10} \text{ m}^2, \frac{1}{K_s} = 2 \times 10^{-10} \text{ MPa}, \frac{1}{K_f} = 4.5 \times 10^{-10} \text{ MPa},$$

$$v = 0.2, \phi = 0.1, \rho = 10 \text{ kN/m}^3, p_0 = 5 \text{ MPa}, p_f = 10 \text{ MPa},$$

$$\sigma_{H_{\max}} = 30 \text{ MPa}, \sigma_{H_{\min}} = 30 \text{ MPa}$$

达到稳定状态后的孔隙压力、环向和径向应力见图 4~6。

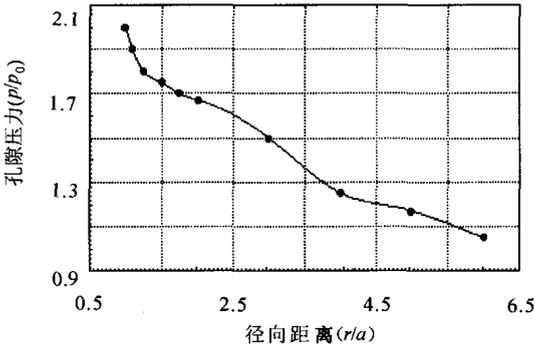


图 4 井眼附近的孔隙压力分布

Fig.4 Pore pressure distribution near the borehole

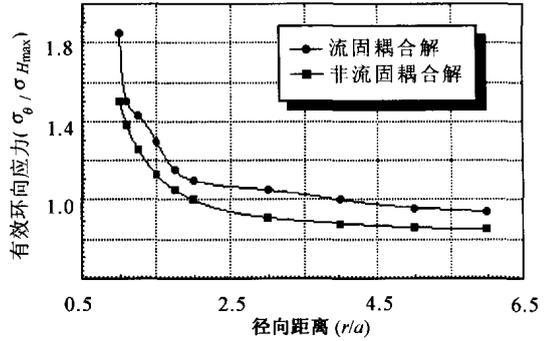


图 5 井眼周围岩石的有效环向应力分布

Fig.5 Effective tangential stress distribution in rock near the borehole

当得到稳定状态之后，油井周围岩石中孔隙流体压力、岩石的有效环向应力和径向应力的分布规律的模拟结果分别见图 4~6 所示。从图 4 中可以看出：随着径向距离的增加，孔隙压力逐渐减小，当径向距离加大到一定值时，孔隙压力应等于原地层压力。

而从图 5 和图 6 中可以发现：岩石的有效环向应力随着径向距离的增加而减小，当径向距离增加到一定值时，岩石的有效环向应力得到稳定值。而岩石的径向应力则由小逐渐变大，同样，到一定程度后趋于稳定。另外，从这两个图中我们还可以发现：流固耦合得到的耦合解与直接利用弹性理论得到的非耦合解相比较，差别明显，尤其对环向应力的影响更为明显。

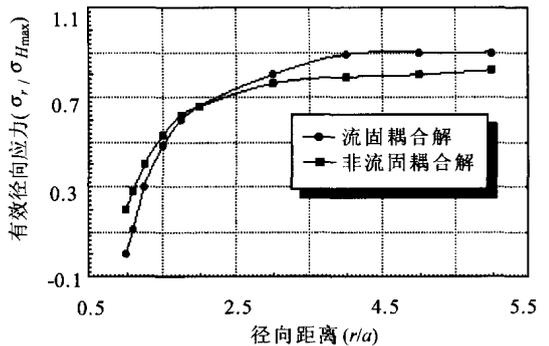


图 6 井眼周围岩石的有效径向应力分布

Fig.6 Effective radial stress distribution in rock near the borehole

4 结 论

利用已建立的流固耦合理论及由此开发出的数值模拟软件 NSFSC^{2D}来进行一维土固结过程的流固耦合模拟。数值实例可以发现由流固耦合数值分析软件 NSFSC^{2D}得到土的一维固结问题的数值解与 Terzaghi 理论得到的结果比较接近。对于油井的单井开采问题，流固耦合得

到的耦合解与直接利用弹性理论得到的非耦合解相比较, 差别明显, 尤其对环向应力的影响更为明显。

参 考 文 献

- [1] Abou-Sayed, A. S. Elastic-plastic compaction model applicable to low cohesion oil sands reservoir [C]. In: Proc. of Forum on Subsidence due to Fluid Withdrawals. Checotah, OK. 1982. 15p.
- [2] Smits, R. M. M. et al. Prediction of abrupt reservoir compaction and surface subsidence caused by pore collapse in carbonates [J]. SPE Formation Evaluation. June, 1988. 340p.
- [3] Terzaghi, K. Theoretical Soil Mechanics [M]. New York: Wiley, 1943.
- [4] Biot, M. A. General theory of three-dimensional consolidation [J]. J. Appl. Phys. 1941, 8: 155 ~ 164.
- [5] Dong Pingchuan, Xu Xiaohe. A fully coupled model for fluid flow in deforming saturated porous media [C]. In: Proceedings of the Third International Conference on Fluid Mechanics, Beijing, July 7-10. 1998: 766 ~ 771.
- [6] 董平川, 徐小荷. 储层流固耦合的数学模型及其有限元方程 [J]. 石油学报, 1998, 19 (1): 64 ~ 70.

NUMERICAL MODEL OF FULLY COUPLED FLUID-SOLID SEEPAGE IN A DEFORMABLE POROUS MEDIUM AND ITS APPLICATIONS

DONG Ping-chuan

(School of Oil and Gas Engineering, University of Petroleum (Beijing), Changping 102249, Beijing)

Abstract: The effective stress in the rock matrix of a reservoir increases as a result of the decline in pore fluid pressure with the continuous withdrawal of subsurface fluids. Under such conditions, more load is transferred to the rock matrix, and thus the rock is compacted or deformed, which can sometimes produce ground subsidence. The soil consolidation can be simulated by using a finite element numerical model of fluid-solid coupling of fluid seepage in a deformable porous medium. In addition, the production process of oil wells is also simulated.

Key words: fluid-solid coupling; soil consolidation; finite element method; numerical simulation