地质力学学报
JOURNAL OF GEOMECHANICS
1999年 第5卷 第1期 Vol. 5 No. 1 1999

流固耦合问题及研究进展

董平川　徐小荷　何顺利

摘　要：传统的渗流理论一般假设流体流动的多孔介质骨架是完全刚性的，即在孔隙流体压力变化过程中，固体骨架不产生任何弹性或塑性变形，这时可将渗流作为非耦合问题来研究。这种简化虽然可以得到问题的近似解，但存在许多缺陷，而且也不切合生产实际。比如：在油田开采过程中，孔隙流体压力会逐渐降低，将导致储层内有效应力的变化，使储层产生变形。近年来，流固耦合问题越来越受到人们的重视，这方面的研究涉及许多领域。该文介绍了有关工程涉及到的流固耦合问题，重点针对油、气开采问题，介绍了储层流固耦合渗流的特点及研究方法和理论进展，包括单相、多相流体渗流的流固耦合数学模型及有限元数值模型。
关键词：流-固耦合；理论模型；研究进展；工程应用
分类号：TE312　　　　　文献标识码：A

THE PROBLEMS OF FLUID-SOLID COUPLING AND ITS ADVANCE IN RESEARCH

DONG Pingchuan[1],　XU Xiaohe[2],　HE Shunli[1]
[1] *Petroleum University, Beijing*　102200；
[2] *Northeastern University, ShenyangLiaoning* 110006.

Abstract: In traditional seepage theory it is assumed in general that the medium or the solid skeleton through which the fluids flow is perfectly rigid, that is, the solid frame containing the fluids does not deform either elastically or plastically due to the pressure of the incumbent fluid. The coupling between fluid flowing and porous media deforming is generally neglected in past and fluids flowing through porous media was studied as non-coupled problems. Although this simplified assumption gives results to a first approximation this does not conform to the field practice and there are problems, for example, in oil production from oil reservoirs can lead to decreases in the pore pressure. This depletion results in changes of the effective stresses acting in the reservoir and in the deformation of the reservoir. Recently, the important significance of the fluid-solid coupling in porous media is generally recognized. Due to the importance of the coupled problems, considerable effort has been devoted in many engineering applications such as geothermal energy production, underground waste disposal, and oil production. These applications in engineering, especially in oil reservoirs are first introduced systematically. To counter the oil and gas exploitation, the fundamental method and the advance in research of the fluid-solid coupling in oil reservoirs are reviewed, and the future applications of the theory of fluid-solid coupling are also proposed.
Key words:fluid-solid coupling; theoretical models; advance in research; engineering applications

0　引言

天然岩石不只固相介质一种，尚有固相、液相和气相并存的多孔介质组合。岩石孔隙中的流体流动问题，经典渗流力学已进行了广泛研究，但它没有考虑流体流动和岩石变形之间的相互作用，而在油气开采、地下水抽放等过程中，由于孔隙流体压力的变化，一方面要引起岩石骨架应力变化，由此导致岩石特性变化；另一方面，这些变化又反过来影响孔隙流体的流动和压力的分布。因此，在许多情况下必须考虑流体，包括液体(油或水)、气体(天然气、煤矿瓦斯等)在多孔介质中的流动规律及其对岩体本身的变形或强度造成的影响，即应考虑岩体内应力场与渗流场之间的相互耦合作用。

近年来，流固耦合问题越来越受到人们的重视，这方面的研究涉及许多领域。本文介绍了工程实际中所涉及到的流固耦合问题，诸如地下水抽放和油气开采所引起的地表沉降的流固耦合，水库诱发地震的流固耦合，岩坡和坝基(含深基坑开挖)的稳定性，煤层瓦斯的耦合渗流和突出，地热开发利用中的流固耦合，核废料地下储存以及石油、天然气开发过程中的流固耦合问题。针对油、气开采问题，重点介绍了储层流固耦合流渗的研究方法和理论进展。

1　工程中的流固耦合问题

自Darcy1856年建立渗流的线性定律以来，渗流力学已取得了长足的进展。如单相、流体在均质多孔介质中的渗流，多相渗流及与此相关的相渗透率和毛管压力的概念，双重和多重介质渗流等等。这些工作为工程计算提供了理论基础，促进了地下水、石油与天然气开发的发展，但这些研究大部分没有考虑孔隙流体流动和多孔介质变形之间的相互作用。但是，随着现代工程技术的发展，出现了许多工程问题，无法回避渗流过程中多孔介质变形与孔隙流体流动的耦合作用。如地下水开采引起的地表沉降问题，主要是不合理抽取地下水引起孔隙流体压力下降造成岩土骨架有效应力的变化，最终导致岩层或土层变形。因此，涉及地表沉降的渗流问题是流固耦合问题，要将渗流力学和岩土力学等学科紧密结合起来才能较好地解决这类问题。

在煤层开采过程中，煤体骨架所受应力将发生变化，导致固体骨架的体积和孔隙的变化，从而使煤层孔隙内瓦斯流动的改变或瓦斯压力发生变化。瓦斯压力的变化不仅直接改变煤岩体的应力状态，而且引起煤体吸附瓦斯发生变化，使煤体的力学性质、应力状态及变形都发生改变。因此，必须研究煤体－瓦斯的耦合作用。由于我国煤藏量极为丰富，而我国能源结构中煤占绝对优势的状况在可预见的未来很难改变。因此，研究煤层内瓦斯渗流和煤体变形之间的耦合对煤炭开采有重要意义[1,2]。

同样，在土石坝、尾矿坝和水电站大坝中水的渗流问题以及雨水作用下边坡和深基坑开挖过程中的滑坡问题，均涉及流固耦合渗流问题。例如，三峡高边坡迫切需要研究未来水位上升的渗流诱发滑坡问题；另外，由于城市高层建筑的发展，解决地下水渗流对深基坑开挖的稳定问题显得尤为重要[3,4]。对水电坝体采用流固耦合和非耦合的数值分析表明，两种不同方法得到的坝体应力、水力势以及流体渗流速度都有明显差别[5]。因此，这时坝体的应力状态不仅与坝体自重有关，同时也与孔隙流体压力有关。

岩石热效应是岩体赋存的物理环境诸因素中的另一个重要方面。它涉及到地热资源(热岩)的开发和利用、核废料深埋处理导致的高温、石油开发(尤其是二次开采)；此外，液化石油气和液化天然气的地下贮存以及液化处理过程中，大量吸收周围地层热量而产生的低温岩石的力学问题。在开发有承压作用的地热资源时，因开采而卸载减压过程中，地热区域内的地应力和温度变化以及岩石的渗透率与孔隙率受这种卸压变形的影响分析，都是一种流体流动—固体变形和热效应的耦合作用。在核废料深埋处理问题方面，地下水系统受核废料的高温热效应作用可能造成污染物外

泄。因此必须研究由于热作用引起岩体温度应力及其内部流体流动变化所导致的岩体变形和渗透性的变化。

石油开采过程中的流固耦合问题的研究和计算还比较少见[6]。然而，在油气开采过程中，随着油气的不断采出，导致储层孔隙压力的降低，固相应力重新分布，由此导致储层岩石骨架的变形，使油藏的物性参数，特别是孔隙率、渗透率和孔隙压缩系数发生变化，而这些变化又反过来影响储层流体在孔隙空间的流动。因此，油气储集层的孔隙率、渗透率以及岩石的变形能力与油气的采出量直接相关，必须加以研究。在钻井过程中，油、气井由于受到井内、外流体浸泡，直接影响着井壁的稳定性。同样，在开采过程中，由于流体的流动和冲蚀作用，井壁周围的岩石骨架性质和应力将发生改变而引起骨架的破坏，由此引起大量出砂。因此，这时的井壁稳定分析和出砂分析必须考虑流体和岩石之间的耦合作用。在储层的开采过程中，由于大量流体(油和气)的采出，使得含油(气)层的压力降低而引起上覆岩层的变形、压实和沉降，由此将带来严重后果。如：井眼的坍塌、套管的变形和破坏等等，这对倾斜井尤为重要。在注水或聚合物的驱替开采过程中，驱替流体的高压不仅为油、气的流动提供了驱动力，而且使孔隙空间得以扩张，提高了储集层的渗透能力，因而获得增产的目的。因此，研究驱替过程中的流固耦合作用是提高油、气采收率所面临和必须解决的问题。另外，在水力压裂提高油气采收率、稠油的热采以及油藏数值模拟与动态预测等领域都涉及到流体和固体之间的相互作用。同时，考虑到我国年产油量的绝大部分都是在高含水条件下获得的，还必须加强研究多相渗流与岩石变形之间的耦合作用。

此外，还有许多别的工程问题，如地下铀矿的溶浸开采，深部露天矿开采的边坡稳定分析，水库诱发地震[7]，采用水力压裂测量地应力[8]，软土地基固结[9]，矿井突水[10]等等，都与流固耦合作用有关。

以上分析可见，流－固(含热)耦合渗流研究涉及许多工程实际问题，的确是目前科学研究的热门课题[10～12]。尤其在石油工程中，几乎在钻井和开发各领域涉及到的具体问题都与流固耦合有关，而国内这方面的研究才刚刚开始，还有待进一步加强。

2　流固耦合渗流的特点及其研究方法

在细观上，流体和固体虽然分别占有各自的区域，流体通过迂回曲折的孔隙通道流动，它们之间的相互作用必须通过流、固两相之间交界面上的边界效应反映出来，但由于孔隙结构的复杂性，大小、几何形状、延伸方向与排列顺序等在微观上没有一定规律，因此，不可能用任何精确的数学方法来描述对流体流动范围起边界作用的介质孔隙的内表面的复杂几何形状。况且，由于流固耦合作用的影响，介质要变形，故流体流动的孔隙通道也在不断地变化。这样确定边界条件本身是很困难的。即使我们能够在微观水平上描述和解决多孔介质的流动问题(比如导出单个孔隙内一切点上所发生的现象的解)，然而，这样的解也没有实际价值。事实上，连证明这些解是否正确的可行方法都不存在，因为没有可用的仪器在微观水平上测量有关数的值。因此，必须排除从微观水平上去研究和解决多孔介质中的流固耦合渗流问题。为了克服这些困难，同经典的渗流力学一样，我们必须转向宏观的水平，即采用宏观连续介质方法。

这样，渗流的流固耦合问题的一个显著特点是固体区域与流体区域互相包含、互相缠绕，难以明显地划分开，因此必须将流体相与固体相视为相互重叠在一起的连续介质，在不同相的连续介质之间可以发生相互作用。这个特点使得流固耦合问题的控制方程需要针对具体的物理现象来建立，而流固耦合作用也是通过控制方程反映出来的。即在描述流体运动的控制方程中有体现固体变形影响的项，而在描述固体运动或平衡的控制方程中有体现流体流动影响的项。

为此，我们在引入孔隙率与表征性体积单元(representative volume element)[13]之后，便可将多孔介质看成由大量有一定大小，包含足够多条孔隙也包含无孔隙固体骨架的质点组成的。因此

质点有孔隙率，可以规定其流体密度、固体密度、强度和弹性模量等材料特性参数；同时质点也能承受应力和流体压力的作用，即质点可以定义状态变量。当质点相对于渗流区域充分小时，质点上各种材料性质参数和变量可看作空间点的函数，它们随着空间点位置的不同连续变化。若多孔介质所占据的空间中的每一个小区域都被这样一个质点占据，而每一个质点也仅仅占据空间一个小区域，即在空间区域与质点之间建立了一种一一对应的关系。这样，实际的多孔介质就被一种假想的连续介质所代替。在假想的连续介质中我们就可以用连续性的数学方法去研究流固耦合问题。在此基础上，我们就可以综合利用岩石力学和渗流力学的分析方法，并考虑流固耦合作用来研究流固耦合渗流问题，建立控制方程。也就是说，对于固相骨架必须满足岩石的平衡方程。由于孔隙流体压力的影响，固相骨架的变形由有效应力(effective stress)控制，而对于孔隙流体必须满足连续性方程(即质量守恒方程)。在固相平衡方程和孔隙流体的连续性方程中应包括流固耦合项。

3　储层流固耦合渗流理论的研究进展

最早研究流体—固体变形耦合现象的是Terzaghi[14]。他首先将可变形、饱和的多孔介质中流体的流动作为流动－变形的耦合问题来看待，提出了有效应力(effective stress)的概念，并建立了一维固结模型，它在土力学中得到了广泛应用。Biot(1941,1956)[15～16]进一步研究了三向变形材料与孔隙压力的相互作用，并在一些假设，如材料为各向同性、线弹性小变形，孔隙流体是不可压缩的且充满固体骨架的孔隙空间，而流体通过孔隙骨架的流动满足达西定律的基础上，建立了比较完善的三维固结理论。尔后Biot又将此理论推广到各向异性多孔介质(1954)[17]和动力分析中(1962)[18]。从这以后，流－固耦合理论的发展主要围绕着假设不同孔隙材料的模式而得到不同的物理方程：假设固体骨架为弹性的(各向同性与各向异性的)、塑性的、粘弹性的(线性与非线性以及它们之间的各种组合)，孔隙流体假设为不可压缩的和可压缩的等等。Lubinski(1954)[19]和Geertsma(1957)[20]在关于多孔介质的弹性理论中都曾讨论过Biot方程。Savage和Braddock(1991)[21]将Biot的三维固结理论应用到了横观各向同性的孔隙弹性介质中。Zienkiewicz和Shiomi(1984)[22]考虑了几何非线性和材料的非线性，并在Biot的三维固结理论基础上提出了广义Biot公式。国内李锡夔[23]等讨论了考虑饱和土壤固结效应的结构——土壤相互作用问题；张洪武和钟万勰[24～25]等利用Zienkiewicz和Shiomi建立的广义Biot公式对饱和土壤固结的非线性问题的理论和算法进行了研究。

Biot理论第一次系统地描述了三维弹性可变形多孔介质中流体流动和固体变形之间的耦合作用，所建立的数学模型是完全耦合的偏微分方程，它被广泛应用于土固结、坝基应力分析等领域。但是，Biot 理论由于描述的是单一流体经过线弹性(或粘弹性)固体中的流动，应用于储层工程中有很大的局限性。因为储层中所涉及到的流体一般包括液体(油和水)和气体(天然气)，同时还可能涉及到温度变化的影响，而且，储层中固体骨架的变形也不一定是弹性的，而是非线性的(非线性弹性或弹塑性)。因此，必须结合储层的实际情况来建立储层的流固耦合模型，并开发出相应的数值模拟软件。

为此，我们近年来开展了储层流固耦合渗流理论和有限元数值模拟的研究工作。下面就介绍这方面研究的最新进展。

3.1　储层流固耦合方程(单相流体流动)[26，27]

假设固相区域Ω内的总应力为σ，体力为b, 区域Ω的边界Γ上的边界力为$\hat{t}$。利用虚功原理，并结合有效应力原理和岩石骨架的本构关系得到增量形式的岩石平衡方程

$$\int_\Omega \delta\varepsilon^{\mathrm{T}} \mathrm{D}_{\mathrm{T}} \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \mathrm{d}\Omega - \int_\Omega \delta\varepsilon^{\mathrm{T}} m \frac{\partial p}{\partial t} d\Omega + \int_\Omega \delta\varepsilon^{\mathrm{T}} \mathrm{D}_{\mathrm{T}} m \frac{\partial p}{\partial t} \frac{1}{3K_s} \mathrm{d}\Omega - \int_\Omega \delta\varepsilon^{\mathrm{T}} \mathrm{D}_{\mathrm{T}} \frac{\partial \varepsilon_0}{\partial t} \mathrm{d}\Omega - \frac{\partial f}{\partial t} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \int_\Omega \delta u^{\mathrm{T}} \frac{\partial b}{\partial t} \mathrm{d}\Omega + \int_\Gamma \delta u^{\mathrm{T}} \frac{\partial \hat{t}}{\partial t} \mathrm{d}\Gamma \quad (2)$$

式中ε为骨架总应变；ε_0为与应力变化无直接联系的其它应变(如水化膨胀、温度和化学因素等引起的应变)；p为流体的孔隙压力；K_s为岩石的体积弹性模量；D^T为岩石的本构矩阵，它与岩石材料的特性和骨架的有效应力σ′和总应变有关，m=［1 1 1 0 0 0］^{T}。

假设流体在可变形多孔介质中的流动服从Darcy定律，根据质量守恒定律，并考虑总应变及孔隙压力的变化所引起的固体骨架体积、流体密度和有效应力的变化而引起的固体骨架颗粒大小的改变等因素对流体质量的影响，可以得到流体在可变形饱和储层中流动的连续性方程

$$-\nabla^{\mathrm{T}}\left\{\frac{K}{\mu}\nabla(p+\rho g h)\right\} + \left(m^{\mathrm{T}} - \frac{m^{\mathrm{T}}\mathrm{D}_{\mathrm{T}}}{3K_s}\right)\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \left[\frac{(1-\varphi)}{K_s} + \frac{\varphi}{K_f} - \frac{1}{(3K_s)^2} m^{\mathrm{T}}\mathrm{D}_{\mathrm{T}} m\right]\frac{\partial p}{\partial t} = 0 \quad (3)$$

式中略去了源、汇的影响。其中K_s为岩石的体积模量，K_f为流体的体积模量，φ为岩石的孔隙率，K为储层的绝对渗透率矩阵，μ为流体的动态粘度，p为流体压力，g为重力加速度，ρ为流体的密度，h为基于某一基准面的标高，∇为Hamilton算子，上标T为矩阵转置符号。

平衡方程(1)和连续性方程(3)即为弹性储层中单相流体流动的流固耦合方程。

3.2　储层油、水二相渗流的流固耦合方程[28]

3.2.1　有效平均孔隙压力和有效应力定律　所谓有效平均孔隙压力是指固相周围混合物(油和水)的压力，即

$$\bar{p} = S_o p_o + S_w p_w \quad (4)$$

式中S_o、S_w分别为油、水相流体的饱和度，而p_o、p_w分别为储层中油相压力和水相流体的压力。

假设有效平均孔隙压力$\bar{p}$使岩石骨架产生均匀的体积应变，而岩石骨架的主要变形和强度由有效应力σ′控制，则Terzaghi[8]的有效应力定律可推广为

$$\sigma' = \sigma - m\bar{p} \quad (5)$$

式中σ为总应力，m=［1 1 1 0 0 0］^{T}, 对于正应力为1，剪应力为0。

(1)增量形式的岩石平衡方程

$$\int_{\Omega}\delta\varepsilon^{T}D_{T}\frac{\partial\varepsilon}{\partial t}d\Omega-\int_{\Omega}\delta\varepsilon^{T}m\frac{\partial\bar{p}}{\partial t}d\Omega+\int_{\Omega}\delta\varepsilon^{T}D_{T}m\frac{\partial\bar{p}}{\partial t}\frac{1}{3K_{s}}d\Omega-$$

$$\int_{\Omega}\delta\varepsilon^{T}D_{T}c\,d\Omega-\int_{\Omega}\delta\varepsilon^{T}D_{T}\frac{\partial\varepsilon_{0}}{\partial t}d\Omega-\frac{\partial f}{\partial t}=0 \qquad (6)$$

$$\frac{\partial f}{\partial t}=\int_{\Omega}\delta u^{T}\frac{\partial b}{\partial t}d\Omega+\int_{\Gamma}\delta u^{T}\frac{\partial\hat{t}}{\partial t}d\Gamma \qquad (7)$$

从式(6)可以看出，考虑流固耦合作用时固相平衡方程与一般岩石平衡方程是不同的，其中增加了两个耦合项。因此，不能单独求解。

(2)油相耦合的连续性方程

$$-\nabla^{T}\left\{K\frac{K_{ro}\rho_{o}}{\mu_{o}B_{o}}\nabla(p_{o}+\rho_{o}gh)\right\}+\varphi\frac{\rho_{o}}{B_{o}}\frac{\partial S_{o}}{\partial t}+\varphi S_{o}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\rho_{o}}{B_{o}}\right)+$$

$$\rho_{o}\frac{S_{o}}{B_{o}}\left\{\left(m^{T}-\frac{m^{T}D_{T}}{3K_{s}}\right)\frac{\partial\varepsilon}{\partial t}+\frac{m^{T}D_{T}c}{3K_{s}}+\left[\frac{1-\varphi}{K_{s}}-\frac{1}{(3K_{s})^{2}}m^{T}D_{T}m\right]\frac{\partial\bar{p}}{\partial t}\right\}+Q_{o}=0 \qquad (8)$$

式中Q_o为油相的源(汇)项。

(3)水相耦合的连续性方程

$$-\nabla^{T}\left\{K\frac{K_{rw}\rho_{w}}{\mu_{w}B_{w}}\nabla(p_{w}+\rho_{w}gh)\right\}+\varphi\frac{\rho_{w}}{B_{w}}\frac{\partial S_{w}}{\partial t}+\varphi S_{w}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\rho_{w}}{B_{w}}\right)+$$

$$\rho_{w}\frac{S_{w}}{B_{w}}\left\{\left(m^{T}-\frac{m^{T}D_{T}}{3K_{s}}\right)\frac{\partial\varepsilon}{\partial t}+\frac{m^{T}D_{T}c}{3K_{s}}+\left[\frac{1-\varphi}{K_{s}}-\frac{1}{(3K_{s})^{2}}m^{T}D_{T}m\right]\frac{\partial\bar{p}}{\partial t}\right\}+Q_{w}=0 \qquad (9)$$

式中Q_W为水相的源(汇)项。

3.3 储层油、气、水三相渗流的流固耦合方程

考虑到可变形多孔介质中油、气、水三相并存时，气相以两种形式存在，即自由气和溶解气。为此，引入π相(π=o,g,w)流体的地层体积系数$B_{\pi}(p_{\pi})$和溶解油气比$R_{s\pi}$(π=o,w),具体的定义见文献［13］和文献［29］。按照3.1和3.2中的方法，同样可以得到油、气、水三相渗流的流固耦合方程如下。

对于岩石骨架的岩石平衡方程，其增量形式完全同(6)式，但这时的平均孔隙压力应为

$$\bar{p}=S_{o}p_{o}+S_{w}p_{w}+S_{g}p_{g} \qquad (10)$$

式中S_o,S_g,S_W分别为油、气、水三相流体的饱和度，p_o,p_g,p_W分别为储层中油、气、水三相流体的压力，而油、气、水三相耦合的连续性方程分别为：

(1)油相

$$-\nabla^{T}\left\{K\frac{K_{ro}\rho_o}{\mu_o B_o}\nabla(p_o+\rho_o gh)\right\}+\varphi\frac{\rho_o}{B_o}\frac{\partial S_o}{\partial t}+\varphi S_o\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\rho_o}{B_o}\right)+$$

$$\rho_o\frac{S_o}{B_o}\left\{\left(m^{T}-\frac{m^{T}D_T}{3K_s}\right)\frac{\partial\varepsilon}{\partial t}+\frac{m^{T}D_T c}{3K_s}+\left[\frac{1-\varphi}{K_s}-\frac{1}{(3K_s)^2}m^{T}D_T m\right]\frac{\partial\bar{p}}{\partial t}\right\}+Q_o=0 \quad (11)$$

式中Q_o为油相的源(汇)项。

(2)水相

$$-\nabla^{T}\left\{K\frac{K_{rw}\rho_w}{\mu_w B_w}\nabla(p_w+\rho_w gh)\right\}+\varphi\frac{\rho_w}{B_w}\frac{\partial S_w}{\partial t}+\varphi S_w\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\rho_w}{B_w}\right)+$$

$$\rho_w\frac{S_w}{B_w}\left\{\left(m^{T}-\frac{m^{T}D_T}{3K_s}\right)\frac{\partial\varepsilon}{\partial t}+\frac{m^{T}D_T c}{3K_s}+\left[\frac{1-\varphi}{K_s}-\frac{1}{(3K_s)^2}m^{T}D_T m\right]\frac{\partial\bar{p}}{\partial t}\right\}+Q_w=0 \quad (12)$$

式中Q_W为水相的源(汇)项。

(3)对于气相，还必须考虑由于溶解比$R_{s\pi}$(π=o,w)的存在而可能的补给量。这样，得到气相耦合的连续性方程为

$$-\nabla^{T}\left\{K\rho_g\left[\frac{K_{rg}}{\mu_g B_g}+\frac{R_{so}K_{ro}}{\mu_o B_o}+\frac{R_{sw}K_{rw}}{\mu_w B_w}\right]\nabla(p_g+\rho_g gh)\right\}+$$

$$\varphi\frac{\partial}{\partial t}\left[\rho_g\left(\frac{S_g}{B_g}+\frac{R_{so}S_o}{B_o}+\frac{R_{sw}S_w}{B_w}\right)\right]+\rho_g\left(\frac{S_g}{B_g}\frac{R_{so}S_o}{B_o}+\frac{R_{sw}S_w}{B_w}\right)$$

$$\left\{\frac{m^{T}D_T c}{3K_s}+\left(m^{T}-\frac{m^{T}D_T}{3K_s}\right)\frac{\partial\varepsilon}{\partial}+\left[\frac{1-\varphi}{K_s}-\frac{1}{(3K_s)^2}m^{T}D_T m\right]\frac{\partial\bar{p}}{\partial t}\right\}+Q_g=0_3 \quad (13)$$

式中Q_g为气相的源(汇)项。

3.4　储层流固耦合理论的有限元离散(只讨论单相流体)[26]

3.4.1　几何域上的离散　根据Galerkin方法，方程中的位移和孔隙压力用几何域上有限个结点的位移$\bar{u}$和压力$\bar{p}$来表示，即

$$u=N\bar{u},\varepsilon=B\bar{u},p=\bar{N}\bar{p} \quad (14)$$

式中N为位移场的插值函数，即形函数；$\bar{N}$为孔隙压力场的插值函数，N和$\bar{N}$可以不同；B为应变矩阵。

将式(14)代入式(1)和(3)，最后得到它们的有限元离散方程如下

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & H \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \bar{u} \\ \bar{p} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K & L \\ L^{T} & S \end{bmatrix}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\begin{Bmatrix} \bar{u} \\ \bar{p} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}t} + C \\ \bar{f} \end{Bmatrix} \tag{15}$$

式中

$$K = -\int_{\Omega} \mathrm{B}^{T}\mathrm{D}_{T}\mathrm{B}\mathrm{d}\Omega \tag{16a}$$

$$L = \int_{\Omega} \mathrm{B}^{T} m \bar{N} \mathrm{d}\Omega - \int_{\Omega} \mathrm{B}^{T}\mathrm{D}_{T}\frac{m}{3K_{s}}\bar{N}\mathrm{d}\Omega \tag{16b}$$

$$C = -\int_{\Omega} \mathrm{B}^{T}\mathrm{D}_{T} c \mathrm{d}\Omega \tag{16c}$$

$$\mathrm{d}f = -\int_{\Omega} \bar{N}^{T}\mathrm{d}b\mathrm{d}\Omega - \int_{\Gamma} N^{T}\mathrm{d}\hat{t}\mathrm{d}\Gamma - \int_{\Omega} \mathrm{B}^{T}\mathrm{D}_{T}\mathrm{d}\varepsilon_{o}\mathrm{d}\Omega \tag{16d}$$

$$H = \int_{\Omega} (\nabla \bar{N})^{T}\frac{K}{\mu}\nabla \bar{N}\mathrm{d}\Omega \tag{16e}$$

$$S = \int_{\Omega} \bar{N}^{T} s \bar{N}\mathrm{d}\Omega \quad 式中\ s = \frac{1-\varphi}{K_{s}} + \frac{\varphi}{K_{f}} - \frac{1}{(3K_{s})^{2}}m^{T}\mathrm{D}_{T}m \tag{16f}$$

$$L^{T} = \int_{\Omega} \bar{N}^{T}\left(m^{T} - \frac{m^{T}\mathrm{D}_{T}}{3K_{s}}\right)\mathrm{B}\mathrm{d}\Omega \tag{16g}$$

$$\bar{f} = -\int_{\Gamma} \bar{N}^{T} q \mathrm{d}\Gamma - \int_{\Omega} \frac{\bar{N}^{T}}{3K_{s}} m^{T}\mathrm{D}_{T} c \mathrm{d}\Omega - \int_{\Omega} (\nabla \bar{N})^{T}\frac{K}{\mu}\nabla \rho g h \mathrm{d}\Omega \tag{16h}$$

式(16)中的这些积分，一般用数值方法进行求解。我们采用Gauss数值积分，当选择了恰当的单元形函数后，就可以按一定格式的Gauss积分方法(如2×2、3×3等)求出上述诸积分。

可以证明，当矩阵D_T是对称时，方程(14)的系数矩阵也是对称的。有了控制方程在几何域上的离散方程(14)，就可以通过适当的时步算法求出不同时步下$\bar{u}$和$\bar{p}$的值。

3.4.2　时域离散　为了将$\bar{u}$和$\bar{p}$对时间t的一阶导数进行离散，令$\bar{u}$和$\bar{p}$对每一个时步具有线性变化，即

$$[\bar{u} \quad \bar{p}] = [N_1^t \quad N_2^t]\begin{bmatrix} \bar{u}^t & \bar{p}^t \\ \bar{u}^{t+\Delta t} & \bar{p}^{t+\Delta t} \end{bmatrix} \tag{17}$$

式中$N^t_1=1-\alpha$,$N^t_2=\alpha$，而$\alpha=\frac{t-t_k}{\Delta t_k}$。将式(17)代入(15)式，并进行时步积分，最后整理得

$$\begin{bmatrix} K & L \\ L^{T} & S+\alpha H\triangle t_k \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \bar{u} \\ \bar{p} \end{Bmatrix}_{t_k+\triangle t_k} = \begin{bmatrix} K & L \\ L^{T} & S-(1-\alpha)H\triangle t_k \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \bar{u} \\ \bar{p} \end{Bmatrix}_{t_k} + \begin{Bmatrix} \frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}t}+C \\ \bar{f} \end{Bmatrix}\triangle t_k \tag{18}$$

式中矩阵K、L、S、H和力矢量在每一个时步都要计算一次。α的取值范围为0≤α≤1，具体的值取决于采用的时步差分格式。例如：当α=0、1/2、1,采用的有限差分方法分别为向前差分(Euler)、中间差分(Crank-Nicholson)和向后差分。又如当α＝0.6667时，采用的即为Galerkin格式。

区域和边界上所有结点都要建立(18)式这样的方程来求解未知的孔隙压力和位移，方程的总数等于系统未知变量的总数(即系统总的自由度)。很容易证明，在稳定条件下，平衡方程和流动方程之间的耦合效应是不会消失的。

在有限元离散模型(18)式的基础上，我们在Windows系统下成功地开发了储集层流固耦合数值模拟软件NSFSC^{2D}(Numerical simulation of the fluid-solid coupling—2D)。NSFSC^{2D}充分考虑到从计算模型的建立、控制数据与参数的输入、模拟计算以及计算结果处理的可视化与表达的整个过程，实现了数据输入、数值计算和结构输出的全部图形功能。我们利用NSFSC^{2D}对油井的应力分析和单井开采过程的流固耦合问题进行了数值模拟，得到了一些很有意义的结论。

4　结语

本文系统地介绍了有关工程尤其是石油工程中所涉及到的流固耦合问题，在油气钻井和油气开发过程中流固耦合问题更为突出，许多问题都应作为流固耦合问题来研究。这些问题主要包括：油井的井壁稳定分析、油藏注水开采、油藏流固耦合渗流模拟、油气井出砂分析和模拟油气开采过程中上覆岩层的沉降问题以及由此引起的井眼或套管的变形甚至破坏等等。同时，在石油、天然气的钻井、注水和开发过程中，岩体应力场与热效应过程对油、气两相的流动有显著的影响，特别是在稠油热采、高压注水开采过程中，流—固—热耦合效应尤为显著。因此，也必须研究它们之间的耦合作用。

渗流的流固耦合问题的一个显著特点是固体区域与流体区域互相包含、互相缠绕，难以明显地划分开，因此必须将流体相与固体相视为相互重叠在一起的连续介质，在不同相的连续介质之间可以发生相互作用。这样，我们就可以用连续性的数学方法去研究流固耦合问题。

针对油、气开采问题，本文重点介绍了储层流固耦合渗流问题的特点及其研究的基本方法和理论进展，包括：单相、多相流体渗流的流固耦合数学模型及其有限元数值模型。在这些模型的基础上，我们在Windows系统下成功地开发了储集层流固耦合数值模拟软件，并应用到了石油工程中的一些具体问题，得到了一些很有意义的结论。

基金项目：油气藏地质与开发工程国家重点实验室开放研究基金项目(PLN9702)

作者简介：董平川(1967-)，男，1998年在东北大学获博士学位，讲师。现为石油大学油气开发工程在站博士后，从事储集层流固耦合理论、有限元数值模拟及其应用研究。
作者单位：董平川　　何顺利　石油大学，北京　昌平　102200；
徐小荷　东北大学，辽宁　沈阳　110006.

参考文献

［1］　章梦涛，潘一山, 梁冰，等. 煤岩流体力学［M］. 北京: 科学出版社, 1995.

［2］ 赵阳升. 矿山岩石流体力学［M］. 北京: 煤炭工业出版社, 1994.
［3］ Hsi J P and Small J C. Simulation of excavation in a poro-elastic material［J］. Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech. 1992,16: 25～43.
［4］ 罗晓辉. 深基坑开挖渗流与应力耦合分析［J］. 工程勘察, 1996, (6):37～41.
［5］ 陈平，张有天. 裂隙岩体渗流与应力的耦合分析［J］. 岩石力学与工程学报，1994, 13(3): 299～308.
［6］ 郭尚平，张盛宗，桓冠仁，等. 渗流研究和应用的一些动态［C］. 渗流流体力学研究所、大庆石油学院编，渗流力学进展［C］. 北京: 石油工业出版社. 1996: 1～12.
［7］ 陶振宇，沈小莹. 库区应力场的耦合分析［J］. 武汉水利电力学院学报，1988,(1): 8～14.
［8］ 苏恺之. 地应力测量方法［M］. 北京: 地震出版社, 1985.
［9］ Hiroshi Y and Hurofumi N. Cosolidation of soils by vertical drain well with finite permeability［J］. Soil and Foundation. 1974, 6: 35～46.
［10］ 章梦涛. 变形与渗流相互作用的岩石力学问题［J］. 岩石力学与工程学报，1989, 8(3): 299～308.
［11］ 王仁. 地质材料的力学问题［J］. 力学与实践. 1986, 8(4): 2～6.
［12］ 郭尚平. 渗流力学的近况和展望［J］. 力学与实践. 1981, 3(3): 11～16.
［13］ Bear J. Dynamics of fluids in porous media［M］. Elsevier, New York, 1972.
［14］ Terzaghi K. Theoretical soil mechanics［M］. Wiley, New York , 1943.
［15］ Biot M A. General theory of three dimensional consolidation［J］. J.Appl.Phys. 1941,12:155～164.
［16］ Biot M A. General solution of the equation of elasticity and consolidation for a porous material［J］. J. Appl. Mech. 1956,78:91～96.
［17］ Biot M A. Theory of elasticity and consolidation for a porous anisotropic solid［J］. J. Appl. Phys. 1954,26:182.
［18］ Biot M A. Mechanics of deformation and acoustic propagation in porous media［J］. J. Appl. Phys. 1962,33:1482.
［19］ Lubinski A. Theory of elasticity for porous bodies displaying a strong pore structure［J］. Proc. 2nd U.S. National Congress of Applied Mechanics. 1954: 247～256.
［20］ Geertsman J. A remark on the analogy between thermo-elasticity and the elasticity of saturated porous media［J］. J. Mech. Phys. solids,1957,6: 13～16.
［21］ Savage W Z and Bradock W A. A model for hydrostatic consolidation of pierre shale［J］. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr. 1991,28:345～354.
［22］ Zienkiewicz O C and Shiomi T. Dynamic behaviour of saturated porous media: the generalized Biot formulation and its numerical solution［J］. Int. J. Num. and Analy. Meth. in Geomech. 1984,8: 71～96.
［23］ 李锡夔，朴光虎，邓子辰. 考虑固结效应的结构—土壤相互作用分析及其有限元解［J］. 计算结构力学及其应用, 1990,7(3):1～11.
［24］ 张洪武，钟万勰，钱令希. 饱和土壤固结分析的算法研究［J］. 力学与实践，1993，15(1):20～22.
［25］ 张洪武，钟万勰，钱令希.土体固结分析的一种有效算法［J］. 计算结构力学及其应用, 1991,8(4):389.
［26］ 董平川，徐小荷. 储层流固耦合的数学模型及其有限元方程［J］. 石油学报, 1998,19(1): 38～44.
［27］ 董平川，徐小荷. 弹性储层流固耦合渗流模型及其有限元方程［A］。程昌钧，戴世强，刘宇陆主编，现代数学和力学(MMM－VII)［M］。上海：上海大学出版社，1997.
［28］ 董平川，徐小荷. 油、水二相流固耦合渗流的数学模型［J］. 石油勘探与开发，1998, 25

(5): 93～96.
［29］　袁奕群，袁庆峰.黑油模型在油田开发中的应用［M］.北京：石油工业出版社，1995：22.

收稿日期：1998-05-12