

文章编号：1006-6616 (2002) 02-0179-07

岩样三轴压缩的破坏形式和 Coulomb 强度准则

尤明庆

(焦作工学院机械系, 河南 焦作 454159)

摘要：尽管岩样轴向承载能力与围压成线性关系，但岩样在围压下轴向压缩破坏的断面，并不能由 Coulomb 准则准确预示。截面倾角在 $45^\circ \pm \phi/2$ 附近时，基于粘聚力和内摩擦力的承载能力变化不大，实际破坏面的方位与岩样内部层理、缺陷等有关。砂岩具有明显的颗粒，岩样破裂面通常含有部分圆锥面，并不完全是平面，而石灰岩、煤的颗粒细微，破裂面则多是平面。对高径比为 2 的圆柱岩样，在围压影响系数大于 4 或内摩擦角 ϕ 达到 36.87° 之后，倾角 $45^\circ \pm \phi/2$ 的平面将起止于岩样的端面，而不是侧面，难以利用 Coulomb 准则分析岩样的承载特性。

关键词：破裂角；强度准则；内摩擦系数；三轴压缩

中图分类号：TU458.3

文献标识码：A

0 引言

单轴压缩下岩样的破坏形式较为复杂^[1,2]，而在围压下压缩岩样一般都是剪切破坏，并且轴向承载极限大致与围压成线性关系，因而利用 Coulomb 准则即粘聚力和内摩擦系数来解释岩石的强度特征。该准则认为岩石承载的最大剪切应力 τ_s 由粘聚力 C 和内摩擦力确定，后者与内摩擦系数和正应力有关。

$$\tau_s = C + \mu\sigma \tag{1}$$

式中 μ 是内摩擦系数， $\mu = \tan \phi$ ， ϕ 是内摩擦角； σ 是破坏面上的正应力。在以主应力 σ_1 、 σ_3 表示时，Coulomb 准则是

$$\sigma_s = Q + K\sigma_3 \tag{2}$$

式中 σ_s 为岩样能够承载的最大轴向应力， Q 相当于岩样的单轴压缩强度， K 是围压对三轴强度的影响系数。由于岩样单轴压缩时并非单一的剪切破坏，因而实际单轴压缩强度 σ_0 往往低于由三轴强度回归得到的参数 Q ^[3,4]。强度准则参数 Q 和 K 与粘聚力、内摩擦角的关系是

$$Q = 2C \cdot \cos\phi / (1 - \sin\phi) \tag{3}$$

$$K = \tan^2\theta_0 = \tan^2(45^\circ + \phi/2) \tag{4}$$

而岩样破坏断面的倾角就是 $\theta_0 = 45^\circ + \phi/2$ 。

收稿日期：2002-01-25

基金项目：河南省创新人才基金资助项目

作者简介：尤明庆 (1964-)，男，博士，教授，1984 年毕业于复旦大学数学系力学专业，现从事岩石力学和流体机械方面的教学、研究工作。

上述 Coulomb 准则非常简单、具体,有明确的物理背景,在岩体工程和地质构造方面得到普遍的应用^[5-9],但仍有许多问题不够明确。本文基于粘聚力和内摩擦力的概念,实际计算了承载能力随倾角的变化,发现倾角在 $45^\circ + \phi/2$ 附近承载能力变化不大,因而岩样的破坏形式可以不同,而回归的结果仍能反映岩石的摩擦特性。

1 截面基于粘聚力和内摩擦力的承载能力

圆柱形试样(图1)在轴向应力 σ_1 和围压 σ_3 作用下,倾角为 θ 的截面上,承载的正应力 σ 和剪切力 τ 分别是

$$\sigma = \sigma_1 \cos^2 \theta + \sigma_3 \sin^2 \theta = (\sigma_1 - \sigma_3) \cos^2 \theta + \sigma_3 \quad (5)$$

$$\tau = (\sigma_1 - \sigma_3) \sin \theta \cos \theta \quad (6)$$

依据 Coulomb 准则,该截面不产生破坏的条件是

$$\tau < \mu \sigma + C \quad (7)$$

$$\text{即 } \cos^2 \theta (\tan \theta - \mu) \sigma_1 < (\sin \theta \cos \theta + \mu \sin^2 \theta) \sigma_3 + C \quad (8)$$

显然,在 $\tan \theta \leq \mu$, 即 $\theta \leq \phi = \arctan \mu$ 时上式恒成立。轴向应力 σ_1 增大引起剪切力 τ 增大,但正应力 σ 及摩擦力增大更多,从而处于摩擦“自锁状态”。

在 $\tan \theta > \mu$ 或倾角 $\theta > \phi = \arctan \mu$ 时,公式(8)可以写为

$$\sigma_1 < [(\sin \theta \cos \theta + \mu \sin^2 \theta) \sigma_3 + C] \cos^2 \theta (\tan \theta - \mu) \quad (9)$$

上式右侧就是该截面可以承载的最大轴向应力,即截面的承载能力。其影响参数是倾角、摩擦系数、粘聚力和围压。

需要特别注意的是,公式(9)在 $\sigma_3 = 0$ 和 $C = 0$, 即裂隙单轴压缩时存在奇异性。倾角 $\theta > \phi = \arctan \mu$ 的裂隙(粘聚力 $C = 0$),

在单轴压缩时完全不能承载;而在围压不为零时, θ 接近 $\pi/2$ 的闭合裂隙承载能力趋于无穷,因而也就不会产生沿轴向的张拉破坏。即围压下压缩岩样只会产生剪切破坏,与单轴压缩下岩样的破坏形式有着本质的区别。这已经为众多的实验所证实。

对公式(9)作简单的数学分析得到,倾角 $\theta_0 = 45^\circ + \phi/2$ 的截面其承载能力最小。将 θ_0 代入公式(9)右端,得到

$$(\sigma_1)_{\min} = Q + K\sigma_3 \quad (10)$$

这就是 Coulomb 强度准则的主应力表示形式。式中 Q 和 K 是强度准则参数,与粘聚力、内摩擦角的关系是已经在公式(3)、(4)给出。为了更清楚地理解不同倾角的各个截面承载情况,对摩擦系数 μ 为 0.5、0.6、0.8 和 1.0 时,分别计算出公式(9)所表示的围压和粘聚力的影响,如图2所示。

倾角 θ_0 的截面承载能力达到最小,不过倾角在 θ_0 附近的其他截面,承载能力相差不大,围压引起的承载能力尤其如此。摩擦系数越低,这种趋势越为明显。如 $\mu = 0.6$ 时,倾角 $49.5^\circ \sim 71.5^\circ$ 的裂隙承载能力在围压的 3.12 ~ 3.49 倍之间; $\mu = 0.5$ 时,倾角 $45^\circ \sim 72^\circ$ 的裂隙承载能力在围压的 2.62 ~ 3.00 倍之间。显然,在很大的倾角范围内,围压或摩擦对承载能力的作用差别不大。由于岩石具有明显的非均质性,因而实际破裂角将受到岩样内部的层理、裂隙等影响,具有一定的随机性,并不一定沿倾角 θ_0 方向破坏。对煤等粘聚力较低的试样,破坏角偏离 θ_0 的可

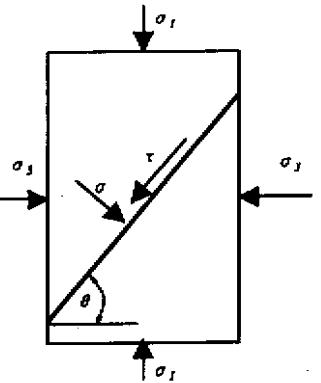


图1 不同倾角截面的承载能力

Fig.1 Supporting capacity of section with various inclination

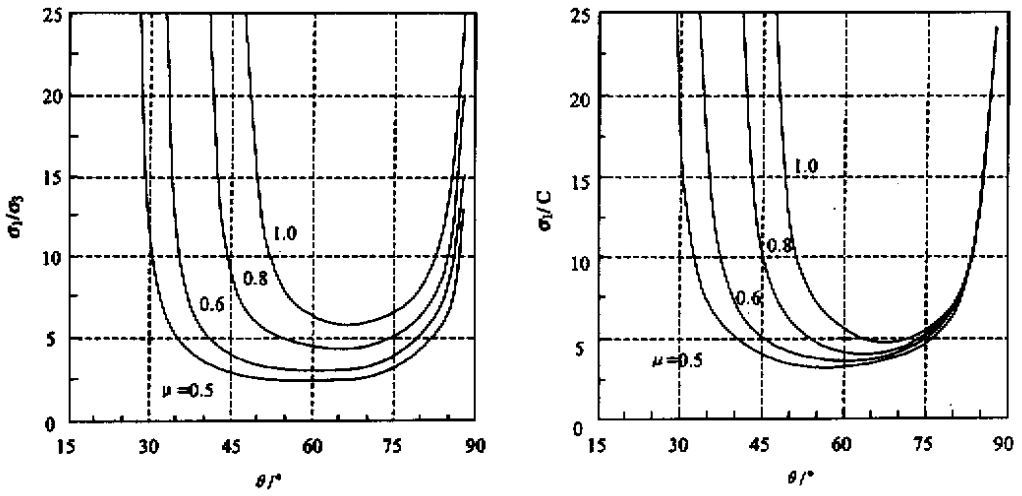


图 2 围压和粘聚力对不同倾角截面承载能力的影响

Fig.2 Effect of confining pressure and cohesion on the supporting capacity of section with various inclination

能性很大。据此可以理解，Coulomb 准则可以较好地表示岩石的强度，而预测的破裂角误差较大。

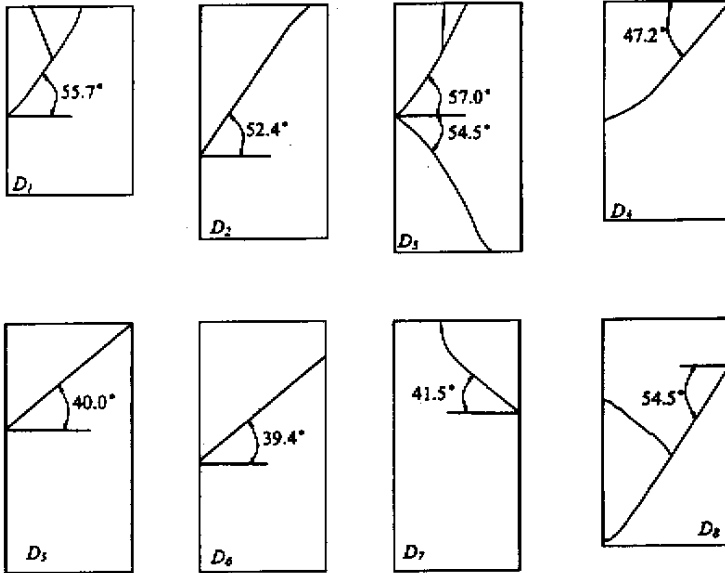


图 3 不同围压下煤样的破坏形式

围压：D₁ = 2.5MPa；D₂ = 5MPa；D₃ = 10MPa；D₄ = 15MPa；D₅ = 20MPa；D₆ = 30MPa；D₇、D₈ 多次加载下破坏

Fig.3 Failure type of coal specimens axial compressed under various confining pressure

3 岩样三轴压缩的破坏形式

就实验室常规三轴压缩试验而言,公式(2)或(10)的确切含义是,一个给定岩样能够承载的最大轴向应力 σ_s 与围压 σ_3 成线性关系。这已经为大量的试验结果所证实,但并不足以说明,达到临界状态的截面,倾角一定是 $45^\circ + \phi/2$ 。岩样实际破坏面并不总是平面,即使是平面,剪切破坏角也与Coulomb准则预测的数值有所差异。即Coulomb准则可以很好地描述岩石的强度特征,而所预测的破裂角可能与实际情况相差甚远。

从晋城一采煤工作面取得的煤块D,没有明显可见的层理,加工的试样没有明显的缺陷,强度也很高,单轴压缩强度可以达到50.5MPa。图3是不同围压下煤样压缩破坏形式。围压较低时破裂面比较复杂,而围压较高时则是单一的断面,且断面的平整度也较好。其中围压20MPa以上的3个试样,以小于 45° 倾角的截面剪切破裂(图4)。对此可作如下理解:煤的杨氏模量较低(在5GPa以下),轴向压缩过程产生的变形较大,高围压下材料粘聚力的丧失是在最大剪切变形作用下实现的。

煤块D的6个试样在不同围压下的强度如图5所示。煤样 D_7 是在围压30MPa下轴向循环压缩破坏的, D_8 是在不同围压下多次加载破坏的,试验结果表明围压、加载历史对杨氏模量没有影响^[10],但两者强度都较低,未在图5中标出。又围压10MPa时试样的强度低于围压5MPa的强度,表明试样之间存在差异,不过从整体上看,围压对试样的强度影响符合线性变化的规律。利用公式(2)回归的结果是,

$$\sigma_s = 58.7\text{MPa} + 4.43\sigma_3$$

相关系数 $R = 0.979$ 。相应的内摩擦角 $\phi = 39.17^\circ$, $\theta_0 = 45^\circ + \phi/2 = 64.59^\circ$ 。图3中煤样的实际破裂角都小于 θ_0 。

从该矿另一工作面得到的煤块A、C,存在明显层理和裂隙,层理倾角约为 68° ($\tan \theta = 2.5$)。煤块A加工的5个试样单轴压缩强度在5.3~10.4MPa,强度较低。煤块C加工的6个试样强度随围压的变化关系在图5给出,试样多数沿层理破坏,但并非单一断面,破裂面较为复杂。不过,对其三轴强度利用公式(2)回归的结果是,

$$\sigma_s = 9.68\text{MPa} + 4.57\sigma_3$$

相关系数 $R = 0.992$ 。对这C、D两个煤块加工的试样,公式(2)中的 K 是大致相同的。这也说明了图2的正确性:试样破坏面具有不同的倾角,但围压通过摩擦实现的承载是相同的。因而利用Coulomb准则描述试样的强度还是合适的。

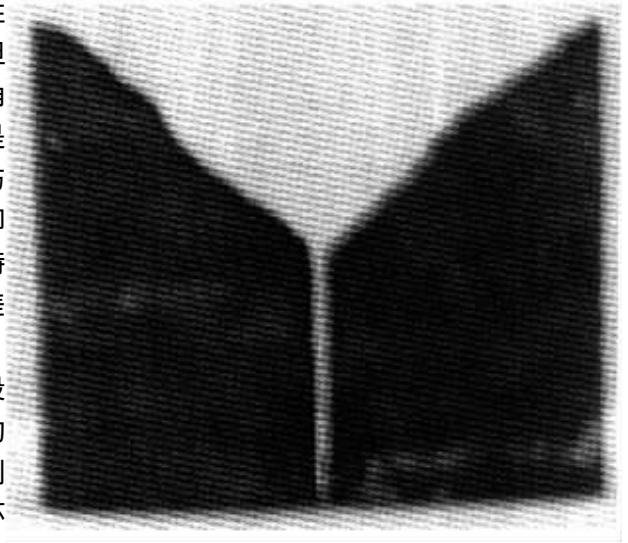


图4 D_6 的照片,示煤样以小于 45° 倾角的截面剪切破坏(左侧下方为垫块)

Fig.4 Shear failure of coal specimen with a inclination less than 45°

均质、无缺陷的各种砂岩和部分大理岩试样，具有明显的矿物颗粒，且颗粒之间的粘接强度较差，通常呈对角破坏。图 6 是粉砂岩试验三轴压缩破坏后的形状。断裂面由倾角 β 的平面和部分以岩样端面为底的锥面共同构成。ACG 区域是圆锥面的一部分，GH 间近似为平面。又试验中大多数岩样的两个破裂块具有较好的对称性。

产生这种破裂形式的原因是，岩样端部和试验机压头之间存在摩擦，即通常所说的端部效应，抑制材料的周向膨胀，但影响随深度增加而逐步减小，因此剪切破坏面呈现圆锥状。个别岩样破坏后可以取出完整的圆锥体。锥面底角 α 小于破裂平面的倾角 β ，因而轴向压缩时岩样发生张开，使得圆锥面部分具有明显的剪切破坏特征，而平面部分则具有拉伸破坏特征。显然，岩样对角破坏后的残余强度不能再用 Coulomb 准则来分析^[11]。

图 7 是沿陡倾角破坏的石灰岩和大理岩试样。其破坏面起止于上下端面，而不是侧面。由于石灰岩致密均匀，杨氏模量可以高达 70GPa，能够承受的压缩变形较小，因而岩样很快产生新的破坏面，其中一个局部破坏与主控断裂

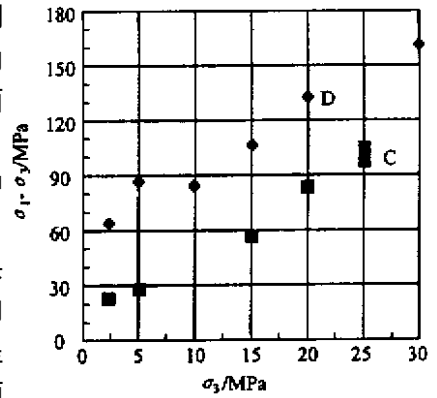


图 5 不同煤块试样的强度与围压的关系

D 为没有明显层理的试样；
C 为有明显层理和裂隙的试样

Fig.5 Relation between strength and confining pressure of various coal blocks

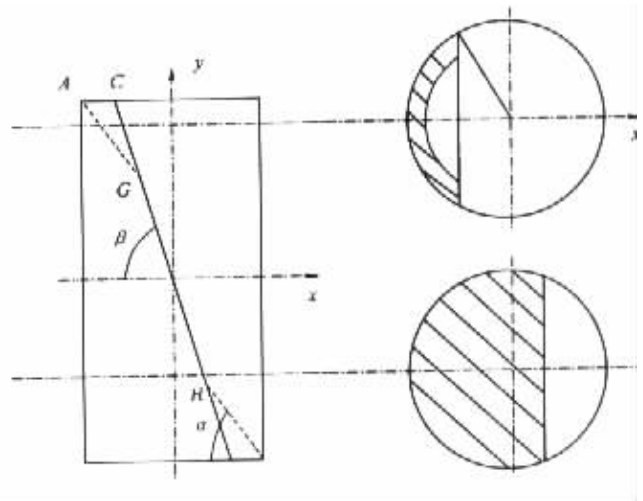


图 6 粉砂岩试样含有圆锥的对角破坏

Fig.6 Diagonal failure of siltstone specimen with a cone core

面对称，实现了破裂面在垂直于轴向的投影覆盖岩样断面，使其轴向承载能力完全丧失^[2]。这也说明，该试样的断裂并非源于石灰岩的沉积弱面。图 7 中的大理岩也是致密均匀，颗粒细微，单一倾角的剪切破坏面止于岩样的上下端面，两个破裂块体都能单独承载一定的轴向应力，岩样的承载能力并不完全是剪切面之间的摩擦力，即通常所说的残余强度并没有表示岩石的摩擦特性。

对此可以作如下解释。由于图 7 中石灰岩和大理岩可以认为是均质材料，因而大致沿着承载能力最小的截面，即 Coulomb 准则预计的方向破坏。直径 D 、高 L 的岩样，其对角截面的倾角为 $\arctan(L/D)$ ， $\phi 50\text{mm} \times 100\text{mm}$ 的岩样，该角度是 63.43° 。这就是说，摩擦角大于 36.87° 或者说

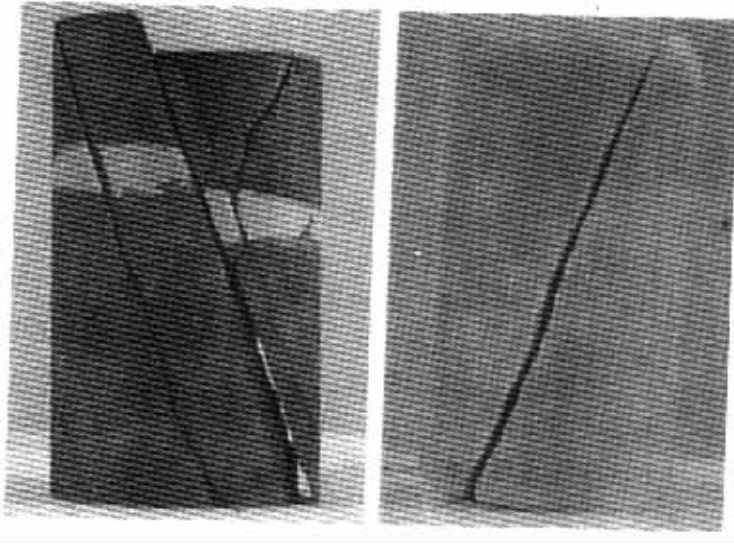


图7 石灰岩、大理岩试样的陡倾角破坏

Fig.7 Crack steeply of limestone and marble specimens

围压对强度的影响系数大于4的岩石, $45^\circ + \phi/2$ 就大于 $\arctan(L/D)$, 不能再以图1的示意图分析 Coulomb 准则。而这样的岩石确实很多, 砂岩、花岗岩、大理岩以及煤通常围压对强度影响系数都大于4^[5]。在岩石颗粒细微、均匀时, 破坏面所需变形较小, 试验机压头的端部效应不很显著, 因而出现起止于上下端面的平面剪切破坏, 而颗粒特征明显的砂岩和大理岩, 则因压缩变形较大出现含圆锥的对角破坏。对大多数岩石来说, 围压影响系数总在6.25以下^[5], 就此而言, 岩样的长径比最好能够达到2.5, 以避免试验机压头的端部效应。

3 讨论

尽管岩样轴向承载能力与围压成线性关系, 岩石的承载能力也是由粘聚力 C 和内摩擦力确定, 但岩石材料的非均质性等原因, 岩样未必沿承载能力最小值的方向破坏。根据 Byerlee 定律, 正应力较高时岩石的摩擦系数接近0.6, 并不很高^[12], 由图2可以看出, 在很大的倾角范围内, 岩样的承载能力变化不大。因而岩样的破坏角度并不能由内摩擦系数决定。显然, 依据断层倾角估算岩石的物性参数和地应力场^[9,13], 必须持谨慎态度。

另一方面, 尽管岩石的破裂角可能随围压变化^[9], 但摩擦引起的承载能力随倾角变化不大, 因而由这些试样强度回归的强度准则仍可以正确反映岩石的摩擦特性。

参 考 文 献

- [1] 大久保诚介, 福井胜则, 荻野智成. 一轴压缩试验での弹性波速度および波高の減衰と横歪の関係[J]. 资源と素材, 2000, 116(2): 97~104.
- [2] 尤明庆, 华安增. 岩石单轴压缩的破坏形式和承载能力降低[J]. 岩石力学与工程学报, 1998, 17(3): 292~296.
- [3] 尤明庆, 华安增, 李玉寿. 缺陷岩样的强度及变形特性的研究[J]. 岩土工程学报, 1998, 20(2): 98~102.
- [4] 尤明庆, 华安增. 岩石试样的强度准则及内摩擦系数[J]. 地质力学学报, 2001, 7(1): 50~57.
- [5] 叶金汉主编. 岩石力学参数手册[M]. 北京: 水利电力出版社, 1991.

- [6] 李华晔, 黄志全, 刘汉东, 等. 岩基抗剪参数随机——模糊法和小浪底工程 C 、 ϕ 值计算 [J]. 岩石力学与工程学报, 1997, 16 (2): 155 ~ 161.
- [7] 中华人民共和国水利部. 水利水电工程岩石试验规程 [S]. 北京: 水利水电出版社, 2001.
- [8] 布雷迪 B H G, 布郎 E T. 地下采矿岩石力学 [M]. 冯树仁, 余诗刚等译, 葛修润校. 北京: 煤炭工业出版社, 1990.
- [9] 陈庆宣, 王维襄, 孙叶, 等. 岩石力学与构造应力场分析 [M]. 北京: 地质出版社, 1998, 48 ~ 49.
- [10] 尤明庆, 苏承东, 徐涛. 岩石试样的加载卸载过程及杨氏模量 [J]. 岩土工程学报, 2001, 23 (5): 588 ~ 592.
- [11] 尤明庆, 勾攀峰. 岩样三轴压缩的对角破坏和残余承载能力 [J]. 矿山压力与顶板管理, 2002, 19 (1): 98 ~ 99.
- [12] Byerlee J D. Friction of rocks [J]. Pure Appl Geophys. 1978, 116 : 615 ~ 626.
- [13] 陈书平, 钟建华, 宋全友. 一种求解倾斜滑动断层层应力的方法 [J]. 地质力学学报, 1998, 4 (3): 36 ~ 40.

DESTROY CHARACTER AND COULOMB CRITERION OF ROCK SPECIMEN IN PSEUDO- TRIAxIAL COMPRESSION

YOU Ming-qing

(*Jiaozuo Institute of Technology, Jiaozuo 454159*)

Abstract : The relation is linear between axial supporting capacity of specimen and confining pressure , but the crack angle of specimen can not be given by Coulomb criterion. The axial supporting capacity of sections with angle around $45^\circ + \phi/2$ is nearly the same based on the concept of cohesion and internal friction. So the real crack face usually resulted from the bedding and defect in the specimen. The failure of specimen for sandstone that is made of clearly particles is usually diagonal crack with part cone , but one for coal and limestone which is made of tiny particles is plane crack. For specimen with the ratio 2 of length to diameter , the plane with angle $45^\circ + \phi/2$ will connect the upper and lower face of the specimen , not the surround face when the internal friction angle is larger than 36.87° or the influencing coefficient of confining pressure on the strength is larger than 4. And it is difficult to analyze the supporting character of specimen with Coulomb criterion.

Key words : crack angle ; strength criterion ; internal friction coefficient ; triaxial compression