

文章编号: 1006-6616 (2004) 01-0051-06

黄土坡滑坡变形的灰色预测模型

何 锋¹, 胡志军², 吴树仁¹

(1. 中国地质科学院地质力学研究所, 北京 100083;

2. 西安铁路工程集团第四有限责任公司, 陕西 西安 712000)

摘 要: 灰色系统预测模型的本质是对已知数据序列进行类型为指数形式的曲线拟合, 然后将此曲线延伸到未来, 由此对未知的数据做出预测。本文建立了黄土坡滑坡水平位移预测的 GM(1, 1) 模型, 实际应用表明, 该模型具有精度高、适用性广等特点。

关键词: 灰色系统; GM(1, 1) 模型; 黄土坡滑坡; 预测

中图分类号: P642.22

文献标识码: A

0 引言

客观世界是一个复杂的巨系统, 物质、能量和信息是表达客观世界这个巨系统的 3 个基本要素。而在客观世界中, 信息完全未知与信息完全确知的系统是非常少见的。就一个系统而言, 信息完全已知的系统, 称为白色系统 (White System); 信息完全未知的系统称为黑色系统 (Black System); 信息部分已知、部分未知的系统称作灰色系统 (Gray System)^[1]。灰色系统理论是我国学者邓聚龙教授于 1982 年提出来的^[2], 其核心内容就是 GM(1, 1) 模型。从本质上来说, GM(1, 1) 模型是对已知数据序列进行类型为指数形式的曲线拟合, 然后将此曲线延伸到未来, 由此对未知的数据做出预测, 其预测的精度较高。

目前, 边坡稳定状态的变化过程是一种动态变化过程系统论的观点已被广大学者所接受, 边坡灾害的孕育过程存在着不确定性和随机性。在这种动态变化的过程中, 边坡与周围环境不断交换物质和能量, 之间存在着相互联系和制约的关系。已有的许多观测现象表明边坡灾害孕育过程的动力学方程是一个非线性方程^[3]。而影响边坡稳定性的因素有很多, 归纳起来主要有以下几个方面: ①斜坡及其外形; ②边坡岩土体的性质; ③水的作用; ④人为活动; ⑤地震作用; ⑥风蚀强度等。边坡的稳定是由这些因素综合影响和控制的, 同时以上各个因素对边坡稳定的影响程度较难确定, 同一因素在不同区域对边坡变形的影响程度也不相同, 也就是说, 边坡的稳定状态与其影响因素之间构成了一个灰色系统。本文将黄土坡滑

收稿日期: 2003-12-29

基金项目: 科技部重点专项 (编号: 2001DIA20027)

作者简介: 何锋 (1975-), 男, 博士研究生, 地质工程专业, 主要从事地质灾害研究。

坡的稳定性变化过程作为一个灰色系统来进行探讨。

1 灰色系统 GM(1, 1) 模型

1.1 GM(1, 1) 模型的基本原理

灰色模型的建模机理与传统方法的不同之处是：在处理数据时，对实测得到的原始随机变化量进行累加处理 (AGO) 或累减处理 (IAGO)，而不是采用原始的离散数据序列直接建立递推的离散模型。这种处理数据的目的，实际上是为了消除或弱化随机量或噪声的影响，使生成的数据序列呈现较强的规律性（一般为指数变化规律）。数据经过处理以后，即可运用灰色数学工具建立微分方程型的灰色模型。

对于滑坡变形来说，是将实测得到的离散的、随机的原始位移-时间序列经过累加处理 (AGO)，得到规律性较强的累加生成序列，根据该序列建立灰色微分方程，然后通过对数据序列的拟合，求得灰色微分方程的系数，从而获得灰色预测微分方程，最后将灰色预测微分方程计算结果进行累减还原后即可得到位移预测值。灰色理论的微分方程型模型应用最广泛的的就是 GM(1, 1) 模型，即 1 阶 1 个变量的微分方程型模型。其建模过程为：

对于实测的原始数据序列有：

$$x^{(0)}(t) = \{x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), x^{(0)}(3), \dots, x^{(0)}(n)\} \quad (1)$$

作一次累加生成 (1-AGO)，得：

$$x^{(1)}(t) = \{x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), x^{(1)}(3), \dots, x^{(1)}(n)\} \quad (2)$$

其中

$$x^{(1)}(t) = \sum_{k=1}^t x^{(0)}(k) \quad t = 1, 2, 3, \dots, n \quad (3)$$

$x^{(0)}(t)$ 为 t 时刻的实际观测值； $x^{(1)}(t)$ 为一次累加生成的数据序列。

根据灰色系统理论^[1]， $x^{(1)}(t)$ 符合近似的、不完全确定的所谓灰色微分条件，因此，可对时间 t 求导，得到微分方程：

$$\frac{dx^{(1)}}{dt} + ax^{(1)} = u \quad (4)$$

解微分方程，得：

$$\hat{x}^{(1)}(t+1) = c \cdot e^{-at} + \frac{u}{a} \quad (5)$$

令 $t=1$ 时， $\hat{x}^{(1)}(1) = x^{(1)}(1) = x^{(0)}(1)$ ，则有 $c = (x^{(0)}(1) - \frac{u}{a}) e^a$ 代入 (5)，得：

$$\hat{x}^{(1)}(t+1) = [x^{(0)}(1) - \frac{u}{a}] e^{-at} + \frac{u}{a} \quad (6)$$

利用最小二乘法的基本原理估计参数 a 和 u 有：

$$U = \begin{bmatrix} a \\ u \end{bmatrix} = (B^T B)^{-1} B^T Y \quad (7)$$

其中：

$$B = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}(x^{(1)}(2) + x^{(1)}(1)) & 1 \\ -\frac{1}{2}(x^{(1)}(3) + x^{(1)}(2)) & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -\frac{1}{2}(x^{(1)}(n) + x^{(1)}(n-1)) & 1 \end{bmatrix} Y = \begin{bmatrix} x^{(0)}(2) \\ x^{(0)}(3) \\ \vdots \\ x^{(0)}(n) \end{bmatrix}$$

最后，将 GM (1 , 1) 模型计算的新生成数列累减还原，得到灰色模型的拟合值或者预测值，也即：

$$\hat{x}^{(0)}(1) = x^{(0)}(1) \tag{8}$$

$$\hat{x}^{(0)}(t) = \hat{x}^{(1)}(t) - \hat{x}^{(1)}(t-1) \tag{9}$$

当时 $t \leq n$ ，为已知位移数据的拟合值；当 $t > n$ 时，为位移预测值。

1.2 误差检验

GM (1 , 1) 模型建立以后，必须对计算结果的可靠性和精确程度进行检验。本文采用残差统计特征检验法对模型进行误差检验。

定义残差：

$$q^{(0)}(t) = x^{(0)}(t) - \hat{x}^{(0)}(t), t = 1, 2, \dots, m; \tag{10}$$

相对误差：

$$e(t) = q^{(0)}(t) / x^{(0)}(t) \times 100\% \tag{11}$$

令：

$$\bar{\varepsilon}^{(0)}(t) = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n |q^{(0)}(t)| \tag{12}$$

$$\bar{X}^{(0)} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n x^{(0)}(t) \tag{13}$$

$$S_1^2 = \sum_{t=1}^n (q^{(0)}(t) - \bar{\varepsilon}^{(0)})^2 \tag{14}$$

$$S_2^2 = \sum_{t=1}^n (x^{(0)}(t) - \bar{X}^{(0)})^2 \tag{15}$$

其中， S_1^2 为残差的方差， S_2^2 为实测数据的方差。

则残差统计特征检验法的计算指标为：

(1) 后验差比值 C : $C = S_1 / S_2$

(2) 小误差概率 P : $P = P \{ |q^{(0)}(t) - \bar{\varepsilon}^{(0)}| < 0.6745 S_2 \}$

根据以上两个指标按表 1 评价计算精度等级：

表 1 GM (1 , 1) 模型精度的评价标准^[1]

Table 1 Estimation standards for GM (1 , 1) model accuracy prediction

预测精度	好	合格	勉强合格	不合格
P	>0.95	0.95-0.80	0.80~0.70	<0.70
C	<0.35	0.35-0.50	0.50~0.65	>0.65

根据表 1 的标准，如果 P 、 C 都在精度允许的范围之内，则可用 GM (1 , 1) 模型进行预测计算。否则依据本文所述的方法，需对残差做进一步处理，进行残差校正。直到误差满

足精度要求的范围,才可进行预测计算。

2 黄土坡滑坡变形的灰色预测

黄土坡滑坡位于湖北省巴东县城上游约 1km 的长江南岸,是三峡库区中的一处大型古滑坡,最初黄土坡被作为巴东县城迁建的新址之一。早自 1982 年以来,在滑坡体上就开展了较大规模的工程建设。当巴东新县城正在建设的高潮时期,地质勘测人员发现,黄土坡实际为一个大型古滑坡。后经深入工程地质勘察与论证,巴东新址现已迁移至上游的西壤坡一带^[4]。根据已有探测的资料分析,虽然黄土坡滑坡作为整个滑坡的滑坡带还没有贯通,形成一个整体大滑坡还需要一个变形发展的过程,但应密切注意在暴雨季节或三峡水库蓄水后滑坡的变形发展趋势。同时,对其在未来一段时间内引起的变形量作出准确的预测是非常必要的。

根据 GM(1,1) 模型的建模原理和方法步骤,笔者利用 MATLAB6.0^[5] 编制了相应的程序,并对黄土坡滑坡 BDZK(2) 钻孔 2003 年 1~10 月的水平位移资料序列(见表 2)进行了分析计算,得到相应的结果如下:

$$U = \begin{pmatrix} a \\ u \end{pmatrix} = (B^T B)^{-1} B^T Y = \begin{pmatrix} -0.0396 \\ 23.0937 \end{pmatrix}$$

即

$$a = -0.0396 \quad u = 23.0937$$

故该 GM(1,1) 模型为 $\hat{x}^{(1)}(t+1) = 606.6721e^{0.0396t} - 582.7721$ (16)

将由该模型计算得到的水平位移量累加计算值 $\hat{x}^{(1)}(t)$ 通过后减运算还原,即可得到原始数据拟合值 $\hat{x}^{(0)}(t)$ 。通过计算,求得原始观测值 $x^{(0)}(t)$ 与其拟合值 $\hat{x}^{(0)}(t)$ 之间的关联度为 $\gamma = 0.785$ 。对该模型进行后验差检验,得到后验差比值 $C = 0.11$,小误差概率 $P = 1$ 。由表 1 可知,该模型精度较高,若用其对今后几个月的水平位移值进行预测,应该与实际相符较好。实测值、计算拟合值与预测值列于表 3,对比曲线图如图 1 所示。从图 1 中也可发现,灰色模型拟合的精度较高,可用于预测将来的变形量。根据该模型预测 BDZK(2) 水平位移量在 11 月将达到 35.00mm,在 12 月将达到 36.41mm。

表 2 BDZK(2) 2003.1~2003.10 水平位移观测值及其累加值

Table 2 Horizontal displacement observational values and cumulative values for well BDZK(2) from January to October, 2003

单位: mm

时间	2003.1	2003.2	2003.3	2003.4	2003.5	2003.6	2003.7	2003.8	2003.9	2003.10
$x^{(0)}(t)$	23.9	25.13	25.46	26.27	27.4	28.49	30.18	30.39	32.91	33.81
$x^{(1)}(t)$	23.9	49.03	74.49	100.76	128.16	156.65	186.83	217.22	250.13	283.94

本例所建立的模型(16式)为未建立残差校正的 GM(1,1) 模型,通过误差检验发现该模型已经能够满足精度要求,而不必再进行残差校正。

3 结论

本文利用灰色系统理论知识,建立了黄土坡古滑体位移变形的 GM(1,1) 模型,并用该模型对黄土坡古滑体 2003 年 11~12 月的位移变形量进行了预测。

表 3 实测值与拟合、预测结果

Table 3 Observational values and results of fitting and prediction

单位：mm

时间	2003.1	2003.2	2003.3	2003.4	2003.5	2003.6
$x^{(0)}(t)$	23.90	25.13	25.46	26.27	27.40	28.49
$x^{(1)}(t)$	23.90	49.03	74.49	100.76	128.16	156.65
$\hat{x}^{(1)}(t)$	23.90	48.42	73.94	100.48	128.10	156.84
$\hat{x}^{(0)}(t)$	23.90	24.52	25.51	26.55	27.62	28.74
$q^{(0)}(t)$	0.00	0.61	-0.05	-0.28	-0.22	-0.25
$e(t)(\%)$	0.00	2.41	-0.22	-1.05	-0.80	-0.86
时间	2003.7	2003.8	2003.9	2003.10	2003.11*	2003.12*
$x^{(0)}(t)$	30.18	30.39	32.91	33.81		
$x^{(1)}(t)$	186.83	217.22	250.13	283.94		
$\hat{x}^{(1)}(t)$	186.74	217.84	250.21	283.88	318.66	355.08
$\hat{x}^{(0)}(t)$	29.90	31.11	32.36	33.67	35.00	36.41
$q^{(0)}(t)$	0.28	-0.72	0.55	0.14		
$e(t)(\%)$	0.94	-2.36	1.66	0.41		

*代表该月份的位移变形量为预测值。

(1) 预测边坡变形的的方法有很多，如模糊数学预测法与神经网络预测法等。模糊数学预测法，需要知道对边坡变形具有影响作用的许多因素，比如构造活动、地下水的影 响等许多因素，以及各个影响因素对边坡变形的影响程度，也就是权重。而影响因素的选取、权重的确定具有一定的难度。神经网络法需要大量具有典型性的样本来学习，以此作为预测的基础。而样本的选取与网络参数的确定又具有很大的随机性，同时也受人为因素的影响。灰色系统理论则克服了以上缺点，在评价预测时，不必知道影响边坡变形的因素以及各因素的权值，仅依据实测数据就可以建立模型进行预测，因而具有一定的实用性。

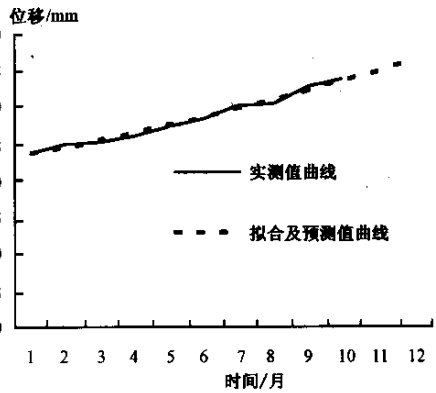


图 1 实测值与计算拟合、预测值对比曲线

Fig.1 Correlation curves of the observational values and calculated results

(2) 实际应用发现，该模型适用的范围较广，且具有较高的精度。由实测数据与预测数据可知：黄土坡滑坡位移变形趋势明显，变形速率呈不同程度的增加趋势。特别在蓄水水位上升以及进入雨季后，应加强对黄土坡变形的监测。黄土坡滑坡的前缘局部区域，在江水长期浸泡以及持续降雨或特大暴雨的情况下，有变形进一步加剧的可能性。

(3) 灰色系统理论可以较准确地预测滑坡在今后一段时期内的位移变形量，为工程建设部门和环境灾害治理部门提供重要的信息，从而及时做出相应的决策。建议在利用 GM(1, 1) 模型进行预测计算时，外推不宜过多，一般以不超过 3 个数值为宜。同时应该根据实测数据，不断调整或更新 GM(1, 1) 模型，以便提高预测精度。

参 考 文 献

- [1] 邓聚龙. 灰色控制系统 [M]. 武汉 : 华中理工大学出版社 , 1985.
- [2] 蔡家明. 基于灰色系统模型的公路客运量预测研究 [J]. 上海工程技术大学学报 , 2003 , 17 (2): 125 ~ 128.
- [3] 王建锋. 斜坡稳定 : 方法论 [J]. 水文地质工程地质 , 1999 , (2): 30 ~ 34.
- [4] 安关峰 , 殷坤龙 , 唐辉明. 黄土坡滑坡的离散元研究 [J]. 地球科学 , 2002 , 27 (4): 444 ~ 446.
- [5] 尹泽民 , 丁春利 , 等. 精通 MATLAB6 [M]. 北京 : 清华大学出版社 , 2002.

GRAY PREDICTION MODEL OF DEFORMATION OF THE HUANGTUPO LANDSLIDE

HE Feng¹ , HU Zhi-jun² , WU Shu-ren¹

(1. *Institute of Geomechanics , Chinese Academy of Geological Sciences , Beijing 100081 ;*
2. *Xi'an Railway Engineering Group Corp. , Xi'an 712000 , Shaanxi , China*)

Abstract : The essence of the gray prediction model is to fit the known data sequence with an exponent form to a curve , and then extend the curve to the future in order to predict the unknown data. This paper establishes a GM (1 , 1) model for prediction of the horizontal displacement of the Huangtupo landslide. Actual application shows that the model is characterized by a high precision and wide applicability.

Key words : gray system ; GM (1 , 1) model ; Huangtupo landslide ; prediction