文章编号:1006-6616(2009)04-0321-09

强度参数对初始随机缺陷岩样 全部变形的影响

王学滨

(辽宁工程技术大学力学与工程科学系,辽宁阜新 123000)

摘 要:在单轴平面应变压缩条件下,采用 FLAC 模拟了初始内聚力及内摩擦角对 具有随机材料缺陷岩样轴向、侧向、体积变形及由侧向应变及轴向应变计算得到的 泊松比的演变的影响。采用编写的 FISH 函数于试样内部规定随机缺陷并计算其全 部变形特征。密实的岩石服从莫尔库仑剪破坏与拉破坏复合的破坏准则,破坏之后 呈现应变软化—理想塑性行为。随着强度参数(初始内聚力及内摩擦角)的增加, 应力峰值及对应的侧向应变的值提高,体积应变的峰值增加,应力峰值所对应的计 算得到的泊松比稍有增加。由于被剪切带所分割的毗邻块体之间的相对滑动,纵然 扩容角为零,试样在峰后的变形阶段,仍然可以观察到体积膨胀现象,这与作者的 理论分析结果一致。当强度参数降低时,侧向应变—轴向应变曲线及计算得到的泊松比—轴向应变曲线的峰前非线性部分变得短暂。剪切 带倾角的数值解的上限低于 Coulomb 理论,下限在 Roscoe 理论附近波动, Arthur 理 论的预测结果与本文剪切带倾角的数值解更接近。

0 引言

众所周知,岩石的内聚力及内摩擦角越高,岩石的强度越高,高摩擦角将引起高的剪切 带倾角^[1~2]。遗憾的是,在实验研究中,不能确保若干岩样仅有不同的内聚力及内摩擦角, 而有相同的其它物理、力学参数。因此,内聚力及内摩擦角的单独影响难于通过实验进行研 究。这一不足可由有限元法或有限差分法的数值试验避免。

考虑岩石的非均质性,一些研究人员已采用数值方法模拟了岩石的破坏过程和宏观力学 行为^[3~4]。通常,采用威布尔分布函数描述单元强度的随机变化。在数值模拟中,广泛采用 峰后脆—理想塑性的本构关系,未考虑相对复杂的峰后应变软化—理想塑性的本构关系。上 述研究也未涉及内聚力及内摩擦角的影响。

收稿日期:2008-07-20

基金项目:国家自然科学基金项目(编号:50974069)及辽宁省教育厅科学研究一般项目(编号:2009A322)资助。 作者简介:王学滨(1975-),男,教授,博士,从事应变软化工程材料(岩石、混凝土及韧性金属等)变形、破坏、 稳定性的理论研究及数值计算工作。E-mail:wxbbb@263.net

拉格朗日元法(FLAC)是一个显式的有限差分程序,可以有效地模拟地质体材料达到 屈服极限之后的塑性流动行为。FLAC的一个突出特点是包含了一个强有力的内嵌的编程语 言 FISH。FISH 允许用户定义新的变量、函数和本构模型。为了适合特殊的需要,用户开发 的函数不仅扩展了 FLAC 的功能,而且添加了用户自定义的特色。

文献 [5~8] 采用 FLAC 的内嵌语言 FISH 编制了计算平面应变压缩岩样全部变形特征的 FISH 函数。研究了初始内聚力及内摩擦角、扩容角、缺陷位置及软化模量对含单一材料缺 陷的岩样及均质岩样的破坏过程、模式及全部变形特征的影响。

本文采用 FLAC 模拟了初始内聚力及内摩擦角对具有随机材料缺陷岩样的轴向、侧向、 体积变形及由侧向应变和轴向应变计算得到的泊松比随轴向应变演变的影响,利用过去编写 的一个 FISH 函数^[9~10]于岩样内部预制初始随机材料缺陷,利用过去编写的 FISH 函数^[5-8]计 算试样的全部变形特征。

1 本构关系及计算模型

计算模型的几何尺寸、单元划分及边界条件见图 1,黑色单元代表材料缺陷,白色单元 代表密实的岩石。试样的高度及宽度分别为 10cm 及 5cm。试样两端面是光滑的,在试样的 上端面施加常速度, v₀ = 2.5 × 10⁻¹⁰ m/时步,计算在小变形模式及平面应变状态下进行。将 试样划分为若于正方形单元,单元边长为 0.00125m。

在弹性阶段,密实岩石和材料缺陷有相同的 本构关系,弹性模量取为 26.6GPa,泊松比取为 0.21。

在 FLAC 中,内聚力和内摩擦角与塑性应变 之间的关系可以任意指定。这样,可以方便地模 拟岩石在峰后应变软化阶段及残余阶段的力学行 为。若内聚力和内摩擦角均被规定为常数,则可 以模拟材料的理想塑性行为。

材料缺陷发生破坏之后经历理想塑性行为。 材料缺陷的内聚力和内摩擦角分别为 0.1MPa 及 38°。密实岩石一旦发生破坏先是经历线性应变 软化行为(对应应变软化阶段),然后是理想塑 性行为(对应残余阶段)。密实岩石的破坏准则 选取莫尔库仑剪破坏与拉破坏复合的模型,抗拉 强度取为 0.2MPa。



图 1 模型的几何特征及边界条件 Fig.1 Model geometry and boundary conditions

密实岩石塑性应变为零时的内聚力及内摩擦角分别称之为岩石的初始内聚力及初始内摩 擦角;密实岩石内聚力及内摩擦角不再改变时的值分别称之为岩石的残余内聚力及残余内摩 擦角。本文采用了4个计算方案,方案1至4有相同的初始随机材料缺陷分布,缺陷的数目 为286。从方案1至4,岩石的初始内聚力分别为1.25×10⁵ Pa、2×10⁵ Pa、2.75×10⁵ Pa 及 3.5×10⁵ Pa;岩石的初始内摩擦角分别为38.77°、41.38°、44°及46.62°。

在不同方案的应变软化阶段,密实岩石内聚力—塑性应变关系的斜率相同,内摩擦角— 塑性应变关系的斜率也相同。方案3的内聚力、内摩擦角与塑性应变的关系同文献[11]。 在不同方案的残余阶段,岩石的残余内聚力均为1.03×10⁵Pa,残余内摩擦角均为38°。

2 结果分析及讨论

2.1 轴向及侧向变形特征

图 2 至图 6 分别给出了各个方案的应力—轴向应变曲线、应力—侧向应变曲线、侧向应 变—轴向应变曲线、体积应变—轴向应变曲线及计算得到的泊松比—轴向应变曲线。图 4 至 图 6 中的黑点代表应变软化行为的开始(应力开始下降)。图 4 至图 6 中的切线是各条曲线 分离之前的直线的延长线。

图 2 表明,应力—轴向应变曲线包括 3 部分:峰前阶段、峰后的应变软化阶段和之后的 残余阶段;随着初始内摩擦角及内聚力(简称为强度参数)的提高,应力峰值及对应的轴向 应变提高,从应力峰值到残余应力的应力降、轴向应变增量提高。当强度参数较高时,强度 参数对应力—轴向应变曲线峰后斜率影响不大。

图 3 表明,随着强度参数的增加,应力峰值及对应的侧向应变值提高。强度参数对应力 —侧向应变曲线峰后斜率影响不大。

当单轴压缩岩样遭受到贯通试样的剪切破坏时,文献[12~15]提出了峰后应力—轴向 应变曲线及应力—侧向应变曲线的斜率的解析解。这两个解析解与试样的高度或宽度、弹性 模量、剪切带倾角、剪切带宽度及描述岩石峰后脆性的软化模量有关。



在本文中,不同方案的结构尺寸(试样的高度或宽度)及本构参数(弹性模量及软化模 量)均相同,因此,根据这两个解析解,上述两种曲线的峰后斜率将取决于剪切带的倾角及 宽度。

图 7 (a~d)给出了方案 1 至 4 的最终的(当时间步达到 24000 时或轴向应变达到 6× 10⁻⁵时)破坏模式。黑色单元表示这些单元正在发生剪切或拉伸破坏;灰色单元表示已经发 生了剪切或拉伸破坏;白色单元表示这些单元尚处于弹性状态。



with different strength parameters

在 FLAC 中,正在发生破坏的单元(the zone is at active failure now)是指其应力目前位于屈服面 上的单元,在本文图 7 中显示为黑色。若某些单 元在过去发生了破坏,但是,由于随后发生了应 力重新分布,使破坏的单元发生卸载,因而,在 当前它们的应力水平不满足屈服准则,这些单元 称之为过去(或已经)发生破坏的单元(the zone has failed in the past),在本文图 7 中显示为灰色。

图 8 (a~d) 给出了方案 1 至 4 的最终的变形 后的剪切应变增量等值线图。为了便于肉眼观察 试样的变形,每个节点的水平及垂直位移均被放 大了 6.0×10² 倍。

在 FLAC 中,剪切应变增量 (shear-strain increment) Δγ 定义为

$$\Delta \gamma = \sqrt{2\Delta e_{ij} \Delta e_{ij}}$$
 (1)
式中 Δe_{ij} 是偏应变张量的增量(incremental

deviatoric-strain tensor)



Fig.5 The volumetric strain-axial strain curves with different strength parameters





由图 7 及图 8 可以发现,除了方案 1,方案 2 至 4 均发生了贯通试样的单一剪切破坏。 占主导地位的剪切断裂带(简称为剪切带)的宽度及倾角受强度参数的影响不大,对剪切带 倾角的细致分析(参见第 2.4 节)表明,随着强度参数的提高,剪切带的倾角有增加的趋 势,但是文献 [12~14]的应力—轴向应变曲线及应力—侧向应变曲线软化段斜率的解析解 表明,它们对剪切带的倾角不敏感,即剪切带的倾角对它们的影响十分有限。因此,根据文 献 [12~14]提出的两个解析解,可以对本文的应力—轴向应变曲线及应力—侧向应变曲线 软化段分支数值结果的合理性给予定性的解释。



图 7 不同强度参数时试样的最终破坏模式

Fig.7 The final failure modes of rock specimens with different strength parameters

图 4 表明,侧向应变—轴向应变曲线可以划分为 3 部分:峰前阶段、峰后的应变软化阶段和之后的残余阶段。侧向应变—轴向应变曲线在第 2 个阶段最陡峭,在第 1 阶段最不陡峭。在残余阶段,随着轴向应变的增加,侧向应变持续增加,这显然是由于被占主导地位的剪切带所分割的毗邻岩块不断发生了相对的剪切变形。

侧向应变—轴向应变曲线的峰前阶段(黑点之左)可以划分为线性阶段及非线性阶段。 当强度参数较低时,非线性阶段非常短暂;反之,则不然。各黑点至线性阶段的切线的距离 随着强度参数的增加而增加。





Fig.8 The final deformed shear strain increment contour maps of final deformed rock specimens with different strength parameters

由图 2 及图 3 可以发现,宏观力学行为数值结果存在一定的波动,尤其是在加载初期和 残余阶段的初期。FLAC 求解任何问题(包括静力问题和动力问题)均使用了运动方程。本 文模拟的平面应变压缩问题不是完全的静力学问题,在求解过程中,程序自动施加了阻尼, 使模型逐衰减,有可能达到稳态或平衡状态。因而,关于宏观力学行为的数值结果会出现一 定的波动。根据作者的经验,宏观力学行为数值结果的波动性可以通过"慢速加载"而得到 降低,即,令试样上端面的加载速度足够小。在应变软化后期或残余阶段初期,宏观力学行 为数值结果的波动性非常明显,这是由于在此时模型远离平衡状态,存在较高的失衡力,从 而模型发生振动。这种波动性在残余阶段后期会逐渐减弱,这是由于程序自动施加了的阻尼 发挥了越来越重要的作用。

2.2 体积变形特征

图 5 表明,体积应变—轴向应变曲线可以划分为 3 部分:峰前阶段、峰后的应变软化阶段和之后的残余阶段。当应力的峰值被达到之时或稍后,岩样的体积应变开始降低,即试样的体积开始膨胀。在峰后的变形阶段,尽管试样的体积开始增加,但是,体积应变总是正值,这意味着变形后的试样的体积总是小于初始试样的体积。

应当指出,在本文的各个方案中,扩容角均为0。在此情况下,试样在峰后的变形阶段,仍然发生了体积膨胀现象。作者认为,其原因是由于被剪切带所分割的毗邻岩石块体之间的相对滑动。

单轴压缩岩样遭受到贯通试样的剪切破坏时,为了准确地估计岩样的峰后体积应变,文 献[15]将处于后破坏阶段的试样划分为3部分:2个靠近试样端部的弹性区域和1个中心 区域(包括倾斜的剪切带,剪切带经历塑性变形)。在峰后,总体积应变 ε, 可以被划分为弹 性和塑性2部分:

$$\varepsilon_v = \varepsilon_v^e + \varepsilon_v^p \tag{2}$$

式中 ϵ_{n}^{r} 及 ϵ_{n}^{p} 分别称之为弹性和塑性体积应变,文献 [15]给出了它们的表达式:

$$\epsilon_v^e = \frac{\sigma}{E} - 2v \frac{\sigma}{E} \tag{3}$$

$$\varepsilon_v^{p} = \frac{w \cos \alpha \sin \alpha (\sigma_e - \sigma)}{c} \cdot \left[\frac{\cos \alpha}{L} - \frac{\sin \alpha}{B} \cdot \left(1 - \frac{L_e}{L} \right) \right]$$
(4)

式中 L_e 是两个弹性区域的总高度, σ_e 是单轴压缩强度, v 是泊松比, B 是试样的宽度, L是试样的高度, E 是弹性模量, σ 是应力, α 是剪切带与应力之间所夹的锐角, w 是剪切带 宽度, c 是软化模量。应当指出, 尽管在上述解析解中, 未考虑剪切膨胀作用, 即扩容角为 0, 但是, 在峰后的变形阶段, 岩样的体积仍然增加。不考虑剪胀的理论分析¹⁵¹支持目前的 数值结果(对于扩容角为0时的岩石试样, 试样于峰后仍然发生体积扩容)。

体积应变—轴向应变曲线的峰前阶段(黑点之左)可以划分为线性阶段及非线性阶段。 当强度参数较低时,非线性阶段非常短暂;反之,则不然。各黑点至线性阶段的切线的距离 随着强度参数的增加而增加。体积应变的峰值随着强度参数的增加而增加。

2.3 计算得到的泊松比

对计算得到的泊松比—轴向应变曲线在各个阶段特征的分析参见文献[5~7]。当单轴 压缩岩样遭受到贯通试样的剪切破坏时,作者推导了峰后泊松比的解析解^[16],发现对于高/ 宽比为2的岩样,峰后泊松比的预测值可以达到1.4。

当强度参数降低时,计算得到的泊松比—轴向应变曲线的峰前非线性部分(除了初始加 载阶段)变得短暂。各黑点所对应的计算得到的泊松比随着强度参数的增加稍有增加。

2.4 剪切带倾角的数值解与理论解的对比

利用未变形的最终的(当时间步达到 24000 时)剪切应变增量等值线图(限于篇幅,本 文未给出),本文测量了4条剪切带在不同位置的倾角(剪切带与水平方向之间所夹的锐 角),并与 Coulomb 理论、Roscoe 理论及 Arthur 理论^[1~2]进行了比较,见图 9。对于方案 2 至 4,被测量的剪切带为穿透试样的长剪切带,即 # 2 剪切带、# 3 剪切带及 # 4 剪切带,见图 8(b~d)。对于方案 1,被测量的剪切带与方案 2 至 4 中被测量的剪切带平行,即 # 1 剪切

带,见图 8(a)。

图 9 表明,剪切带倾角的数值解的上限低于 Coulomb 理论,下限在 Roscoe 理论附近波动, Arthur 理论的预测结果与本文剪切带倾角的数值解更接近。



图 9 剪切带倾角的数值解与理论解的比较

Fig.9 Comparison of the numerical shear band inclinations and the predicted results using classical theories

文献 [17] 利用广义的莫尔库仑模型(使用了附加的塑性机制以降低横向模量)预测了 剪切带的倾角,结果表明, Coulomb 及 Roscoe 倾角分别是剪切带倾角保守的上、下限。因 而,本文的数值结果在上述理论解的范围之内。

3 结论

随着强度参数的增加,应力峰值及对应的侧向应变的值提高,体积应变的峰值增加,应 力峰值所对应的计算得到的泊松比稍有增加。

由于被剪切带所分割的毗邻岩石块体之间的相对滑动,纵然扩容角为零,试样在峰后的 变形阶段,仍然可以观察到体积膨胀现象,这与理论分析一致。

当强度参数降低时,侧向应变—轴向应变曲线、体积应变—轴向应变曲线及计算得到的 泊松比—轴向应变曲线的峰前非线性部分变得短暂。

剪切带倾角的数值解的上限低于 Coulomb 理论,下限在 Roscoe 理论附近波动,Arthur 理 论的预测结果与本文剪切带倾角的数值解更接近。



- [1] Vermeer P A. The orientation of shear bands in biaxial tests [J]. Géotechnique, 1990, 40 (2): 223 ~ 236.
- [2] Vardoulakis I. Shear band inclination and shear modulus of sand in biaxial tests [J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 1980, 4 (2): 103 ~ 119.
- [3] Tang C A, Kou S Q. Crack propagation and coalescence in brittle materials under compression [J]. Engineering Fracture Mechanics, 1998, 61 (3~4): 311~324.

- [4] Fang Z, Harrison J P. Development of a local degradation approach to the modeling of brittle fracture in heterogeneous rocks [J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2002, 39 (4): 443 ~ 457.
- [5] 王学滨.初始内聚力及摩擦角对岩样全部变形特征的影响[J].沈阳建筑大学学报(自然科学版), 2005, 21 (5):472~477.

Wang Xue-bin. Effects of initial cohesions and friction angles on entire deformational characteristics of rock specimen [J]. Journal of Shenyang Jianzhu University (Natural Science), 2005, 21 (5): 472 ~ 477.

- [6] 王学滨. 剪胀对岩样全部变形特征的影响 [J]. 四川大学学报(工程科学版), 2005, 37 (5): 25~30.
 Wang Xue-bin. Effects of shear dilatancy on entire deformational characteristics of rock specimen [J]. Journal of Sichuan University (Engineering Science Edition), 2005, 37 (5): 25~30.
- [7] 王学滨. 软化模量对岩样全部变形特征的影响 [J]. 岩土工程学报, 2006, 28 (5): 600~605.
 Wang Xue-bin. Effect of softening modulus on entire deformational characteristics of rock specimen [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2006, 28 (5): 600~605.
- [8] 王学滨. 材料缺陷对岩样变形局部化影响数值模拟 [J]. 岩土力学, 2006, 27(8): 1241~1247.
 Wang Xue-bin. Numerical simulation of influence of material imperfection on strain localization [J]. Rock and Soil Mechanics, 2006, 27(8): 1241~1247.
- [9] Wang Xue-bin. Effect of end-restraint on failure process and stress-strain curve for geomaterial specimen with random material imperfections [A]. Proceedings of the International Workshop on Constitutive Modelling-Development, Implementation, Evaluation and Application [C]. Edited by Yin Jian-hua, Li Xiang-song, Yeung A T, et al. Hong Kong: Advanced Technovation Limited, 2007, 360 ~ 366.
- [10] 王学滨. 应变软化扩容对含随机缺陷岩石的渐进变形及破坏前兆特征的影响 [J]. 地质力学学报, 2008, 14(2): 158~167.

Wang Xue-bin. Effects of strain-softening dilatancy on progressive deformations and precursors to failure of rock with initial random imperfections [J]. Journal of Geomechanics, 2008, 14 (2): 158 ~ 167.

- [11] 王学滨.平面应变压缩岩样侧向变形特征数值模拟[J].岩土工程学报,2005,27(5):525~530.
 Wang Xue-bin. Numerical simulation of lateral deformation of rock specimen in plane strain compression [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2005, 27(5):525~530.
- [12] Wang Xue-bin. Analytical solution of complete stress-strain curve in uniaxial compression based on gradient-dependent plasticity [A]. Eurock 2005-Impact of Human Activity on the Geological Environment [C]. Taylor & Francis Group, London, 2005, 661~667.
- [13] Wang X B. Prediction of height effect, plastic deformation and fracture energy for high-strength concrete by linear shear softening constitutive relation based on energy conservation method [J]. Magzine of Concrete Research, 2007, 59 (5): 341 ~ 350.
- [14] 王学滨,马剑,刘杰,等.基于梯度塑性本构理论的岩样侧向变形分析(I):基本理论及本构参数对侧向变形的 影响[J].岩土力学,2004,25(6):904~908.
 Wang Xue-bin, Ma Jian, Liu Jie et al. Analysis of lateral deformation of rock specimen based on gradient-dependent plasticity (I): basic theory and effect of constitutive parameters on lateral deformation [J]. Rock and Soil Mechanics, 2004,25(6):
 - 904 ~ 908.
- [15] Wang Xue-bin. Volume change of heterogeneous quasi-brittle materials in uniaxial compression [J]. Journal of Wuhan University of Technology-Materials Science Edition, 2006, 21 (3): 162 ~ 167.
- [16] 王学滨. 岩样单轴压缩峰后泊松比理论研究 [J]. 工程力学, 2006, 23 (4): 99~103.
 Wang Xue-bin. Analysis of the post-peak Poisson's ratio of rock specimens in uniaxial compression [J]. Engineering Mechanics, 2006, 23 (4): 99~103.
- [17] Bardet J P. Orientation of shear bands in frictional soils [J]. Journal of Engineering Mechanics, ASCE, 1991, 117 (7): 1466 ~ 1484.

WANG Xue-bin

(Department of Mechanics and Engineering Sciences , Liaoning Technical University , Fuxin 123000 , Liaoning , China)

Abstract: For heterogeneous rock specimen with smooth ends and initially random material imperfections in uniaxial plane strain compression, the effects of initial cohesion and internal friction angle on the overall deformational characteristics (such as the axial, lateral and volumetric strains as well as the calculated Poisson's ratios) are modeled using FLAC. A few written FISH functions are used to set the random imperfections and to calculate the overall deformational characteristics. For intact rock, the failure criterion is a combined Mohr-Coulomb criterion with tension cut-off, exhibiting linear strainsoftening and then ideal plastic behavior beyond the occurrence of failure. Imperfection undergoes ideal plastic behavior beyond the occurrence of failure. As strength parameters (such as initial cohesion and internal friction angle) increase, the peak stress and related lateral strain increase, and the peak volumetric strain increases also, and the calculated Poisson's ratio corresponding to the peak stress increases slightly. At post-deformational stage, the volume of the specimen can dilate although the dilation angle is zero, as is in agreement with the analytical solution proposed by Wang (2006). This is attributable to the relative sliding between adjacent rock blocks separated by shear zones. With lower strength parameters, the nonlinear pre-peak portions of lateral strain-axial strain curve, volumetric strainaxial strain curve and calculated Poisson's ratio-axial strain curve become shorter. The numerically predicted upper bound of shear band inclination is lower than that predicted by Coulomb theory, and the lower bound approaches that predicted by Roscoe theory. The predicted results by Arthur theory are closer to the present numerical shear band inclination.

Key words : cohesion ; internal friction angle ; lateral strain ; volumetric strain ; random imperfection ; dilatancy