

## 软泥岩井眼弹塑性变形的拉格朗日元法计算

邓金根 刘书杰 石得勤 张 利

**摘要**：首次将大变形原理引入井眼及其围岩弹塑性变形计算，应用拉格朗日元法对塑性泥页岩地层的井眼缩径问题进行分析求解。拉格朗日元法能够计算材料非线性和几何非线性问题，采用常用的摩尔-库仑强度准则对所选择的计算模型进行拉格朗日元分析计算，求解出井眼的收缩变形、井眼围岩位移场分布以及井眼围岩塑性区的分布规律。

**关键词**：软泥岩；拉格朗日元；弹塑性变形；缩径

**分类号**：O344.7      **文献标识码**：A

### CALCULATION OF ELASTOPLASTIC DEFORMATION OF WELLBORE IN SOFT MUDSTONE USING LAGRANGIAN METHOD

DENG Jingen<sup>1</sup>, LIU Shujie<sup>2</sup>, SHI Deqin<sup>3</sup>, ZHANG Li<sup>4</sup>

<sup>1</sup> *Petroleum University, Changping Beijing 102200;*

<sup>2</sup> *Nationa Offshore Oil Production Research Center, BeiJing 101149;*

<sup>3</sup> *Daqing Drilling Technique Research Center, Daqing Heilongjiang 100083;*

<sup>4</sup> *National Patent Bureau, Beijing 100083.*

**Abstract** : In this paper we presented a review on the current situation of mechanical stability of wellbore in mud-shale bed and for the first time introduced large deformation theory into the calculation of elastoplastic deformation of wellbore and adjacent rock. Using Lagrangian method, we analyzed the problem of borehole shrinkage in mud-shale bed. Lagrangian method could solve the problem of material nonlinearity and geometry nonlinearity. In this paper we analyzed the calculation model using Lagrangian method with commonly adapted Mohr-Coulomb strength criterion, and solved the problem of wellbore shrinkage, the displacement field and the plastic region distribution of the wellbore and its adjacent rock.

**Key words** : soft mudstone ; Lagrangian method ; elastoplastic deformation ; wellbore shrinkage

### 1 拉格朗日元法计算原理

拉格朗日元法(Fast Lagrangian Analysis of Continua)计算程序<sup>[1]</sup>，即连续介质的快速拉格朗日元分析，简称FLAC，用于解决工程力学计算的有限差分程序，适合于计算材料大变形问题，而岩石力学问题也多为非线性大变形问题。例如，石油钻井过程中遇到的塑性软泥岩地层的井眼缩径问题就是大变形问题。下面以一维问题为例推导拉格朗日元法差分方程的建立过程。假定一个杆为弹性，侧面不受限制，两端受拉，杆的密度为  $\rho$ ，弹性模量为  $E$ ， $\sigma_{xx}$  为应力， $u_x$  为位移，如图1所示。由本构方程：

$$\sigma_{xx} = E \frac{\partial u_x}{\partial x}, \text{ 和杆的运动平衡方程: } \rho \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x}, \text{ 可以建立一维拉格朗日元法的}$$

位移  $u_x$  的差分方程： $u_x^i(t + \Delta t) = u_x^i(t) + u_x^i \left( t + \frac{\Delta t}{2} \right) \Delta t$ 。

对上式用显式法迭代求解。对于某一个结点而言，在每一时刻它受到来自其周围区域的合力的影响，如果合力不等于零，也就是具有了失稳力，根据牛顿定律，结点就在产生加速度，进而可以在一个时步中求得速度和位移的增量。对于每一个区域而言，可以根据其周围结点的运动速度求得它的应变率，然后可以根据材料的本构关系求得应力的增量，再施加下一级载荷。如此循环计算直至问题收敛。

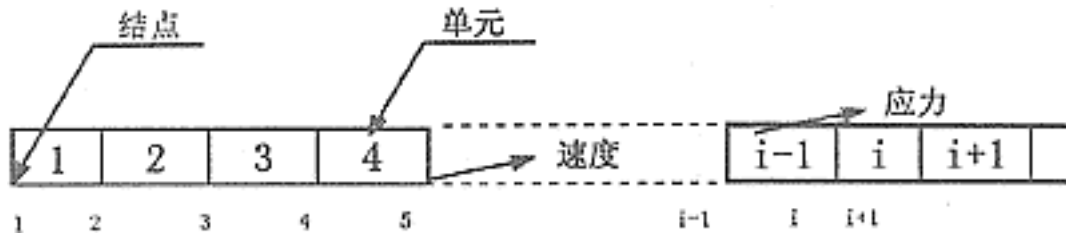


图1 拉格朗日元法的网格划分  
Fig.1 Grid plotting of Lagrangian method

## 2 强度准则

钻井实践和实验室研究表明，多数岩石的破坏一般表现为剪切破坏。设剪切面上的剪应力为  $\tau$ ，法向应力为  $\sigma$ ，根据库仑等人的研究<sup>[2]</sup>，认为岩石失稳破坏时，剪切面上的剪切应力必须克服岩石的固有强度  $C$  值，也称作粘聚力，再加上作用于剪切面上的摩擦力 ( $\mu \cdot \sigma$ )。即：

$$\tau = C + \mu \cdot \sigma$$

其中： $\mu$  为岩石的内摩擦系数， $\mu = \tan \varphi$ ， $\varphi$  为岩石的内摩擦角/( $^\circ$ )， $C$  为粘聚力/MPa。

摩尔-库仑强度准则提供了判断岩石剪切破坏的条件。如果我们已经求得井壁上的应力状态，代入到准则中，便可以知道井壁是否产生坍塌破坏。只要应力点落在图2中的包络线外将发生塑性变形，甚至发生塑性流动。

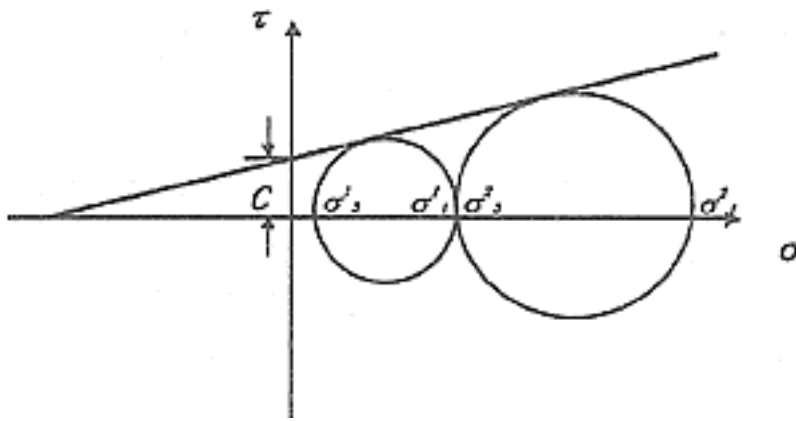


图2 摩尔-库仑准则包络线

Fig.2 Envelop curve of Mohr-Coulomb criterion

应用摩尔-库仑准则的关键是确定岩石的粘聚力 $C$ 和内摩擦角 $\varphi$ ，确定岩石发生塑性变形的包络线  $\tau = C + \mu \cdot \sigma$ ，以包络线为依据判断井壁是否屈服，是否发生失稳破坏。本文利用南海油田乐东8-1-1井岩心在常规三轴试验机上的实验结果作为计算参数，结果列于表1。

### 3 几何模型

本次计算选取新第三系莺黄组1680m井深处的地层为计算模型的计算层位。根据对称性，只取与井眼轴线为对称的四分之一部分进行计算(图3)。

计算层位的地应力值用水压破裂试验和岩心声发射凯塞效应方法进行过测试[3]，结果为：最大水平地应力梯度 $G_H=0.022$  MPa/m，最小水平地应力梯度 $G_h=0.017$  MPa/m。

由于岩石是孔隙介质，根据孔隙弹性理论，应采用有效应力进行井眼围岩弹塑性变形计算。由地层孔隙压力实测数据可知：地层孔隙压力梯度 $G_{pp}=0.0104$  MPa/m。对于塑性泥页岩，我们取Biot有效应力系数为0.5进行计算，可以求得有效最大水平地应力  $H$ 和最小水平地应力  $h$ ：

$$\begin{aligned} H &= H - P_p = G_H H - G_{pp} H = 28.2 \text{ MPa} \\ h &= h - P_p = G_h H - G_{pp} H = 19.8 \text{ MPa} \end{aligned}$$

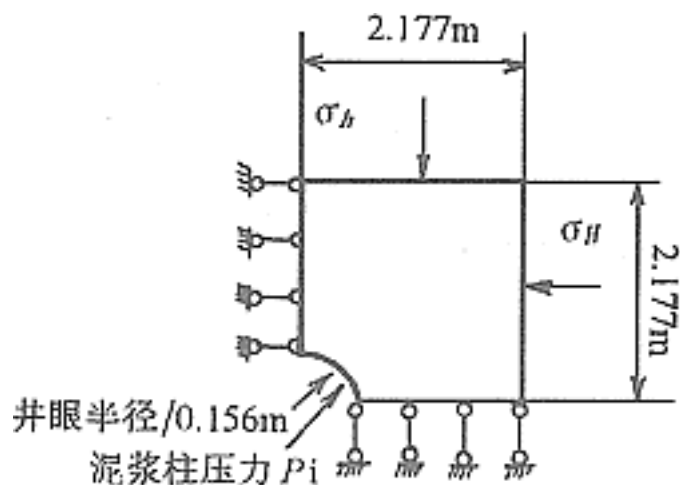


图3 计算的几何模型

Fig.3 Geometrical model used in the calculation

表1 南海油田乐东8-1-1井岩石的粘聚力C和内摩擦角 $\phi$ 

Table 1 Cohesive strength and Internal friction angle of the rock in Ledong 8-1-1 well in the Nanhai sea oilfield

岩心号	E/MPa	$\mu$	C/MPa	$\phi/(^\circ)$
5.1	3150	0.27	1.2	17.8
5.2	4370	0.19		
5.3	3760	0.36		
5.4	4760	0.25		
4.1	5600	0.21	2.1	15.5
4.2	5971	0.30		

## 4 计算结果

### 4.1 塑性区形状

井眼围岩塑性区沿与最大水平地应力轴  $\sigma_H$  呈  $50^\circ$ ，呈蝶翅形状向外发展(图4)。这是不均匀地应力分布和井眼应力集中作用的结果。

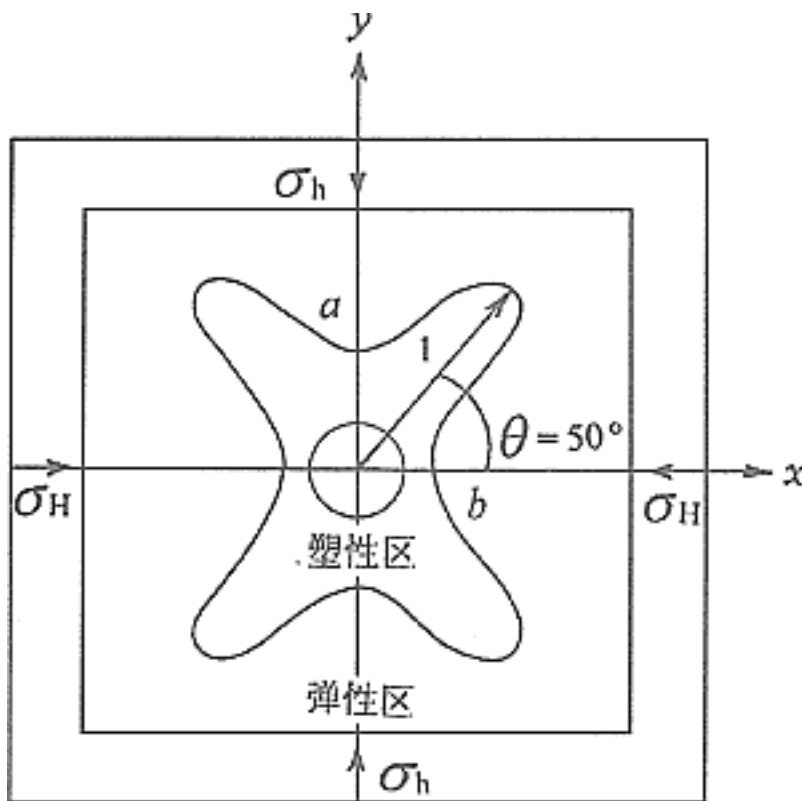


图4 井眼围岩塑性区形状  
Fig.4 Shape of plastic region in  
the rock around the wellbore

#### 4.2 井眼围岩位移场及井眼形状

在高的泥浆密度下(  $\rho = 1.786\text{g/cm}^3$  ), 井眼在最大水平地应力轴方向的位移为最大, 而在最小水平地应力轴方向上的位移较小(图5)。当泥浆密度降低到  $\rho = 1.19\text{g/cm}^3$  时, 在最小水平地应力轴方向发生严重缩径, 井眼围岩最大位移达到6.539mm, 发生了较大的塑性变形(图6)。

当井眼内泥浆密度较高(  $\rho = 1.80\text{g/cm}^3$  )时, 井壁在最大水平地应力轴方向缩径较大, 而在最小水平地应力轴方向缩径较小, 井眼形状为一立椭圆形。当泥浆密度  $\rho = 1.19\text{g/cm}^3$  时, 沿最小水平地应力轴方向的井眼围岩发生了塑性屈服现象, 井眼最大缩径率为4.09%, 井眼形状为一横椭圆。

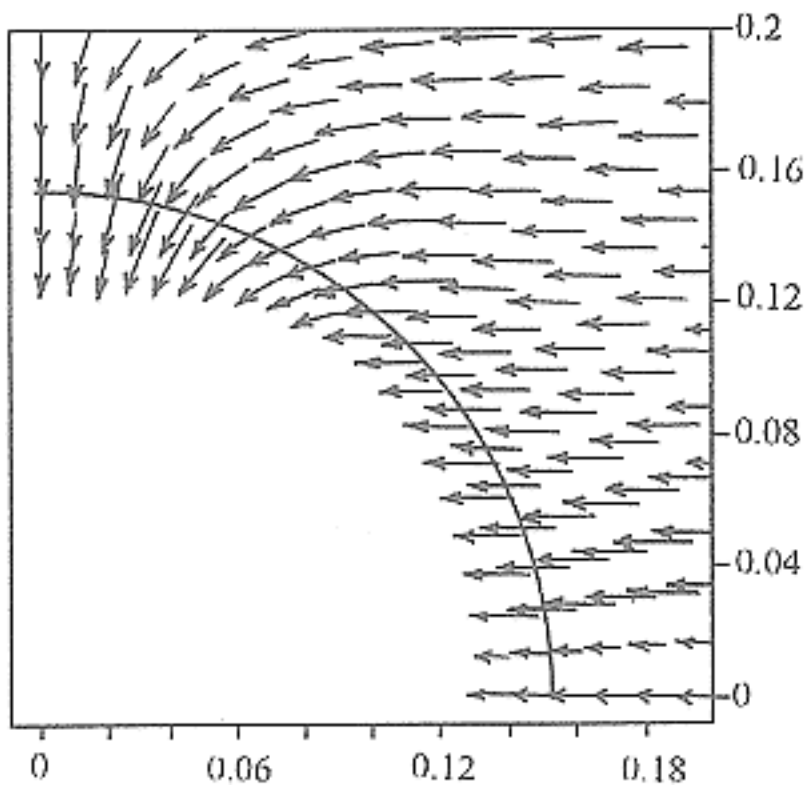


图5 井壁位移场分布图(  $\rho = 1.80\text{g/cm}^3$  )  
Fig.5 Distribution figure of displacement  
on well wall (  $\rho = 1.80\text{g/cm}^3$  )

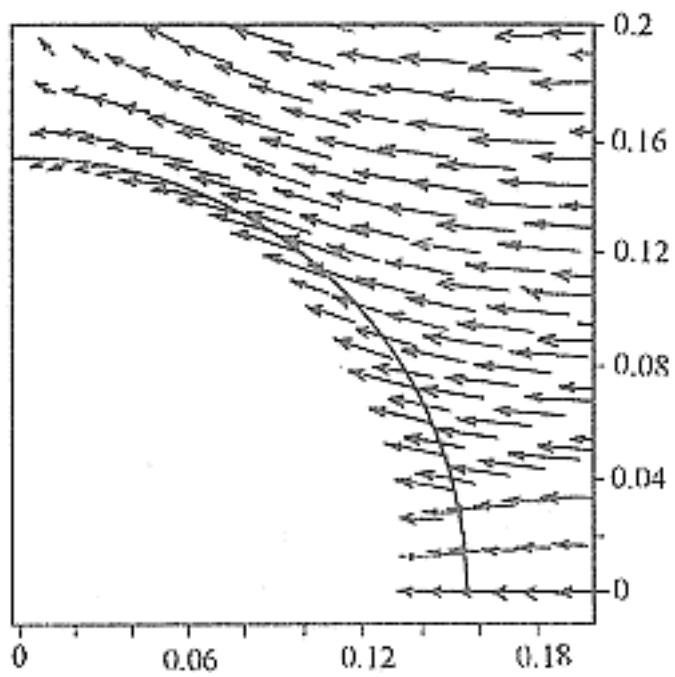


图6 井壁位移场分布图

( $\rho = 1.19\text{g/cm}^3$ )

Fig.6 Distribution figure of displacement on well wall

( $\rho = 1.19\text{g/cm}^3$ )

## 4.3 防止塑性屈服导致收缩卡钻的泥浆密度

根据不同泥浆密度下井眼收缩变形的计算，我们可以得到井壁最大径向位移随泥浆密度变化和井眼最大缩径率随井眼内泥浆密度变化的两条曲线(图7、图8)。从曲线形状可以看出，当泥浆密度  $< 1.40\text{g/cm}^3$ 时，井眼最大径向位移和最大缩径率变化非常显著，若泥浆密度稍微有些降低，则位移和最大缩径率就显著增加，说明泥浆密度低于  $\rho = 1.40\text{g/cm}^3$ 时，由井眼围岩的塑性屈服产生的变形是非常大的。当泥浆密度  $\rho \geq 1.40\text{g/cm}^3$ 时，井眼最大径向位移和最大缩径率随泥浆密度变化非常缓慢，在这种情况下，井眼缩径能够得到很好的控制。

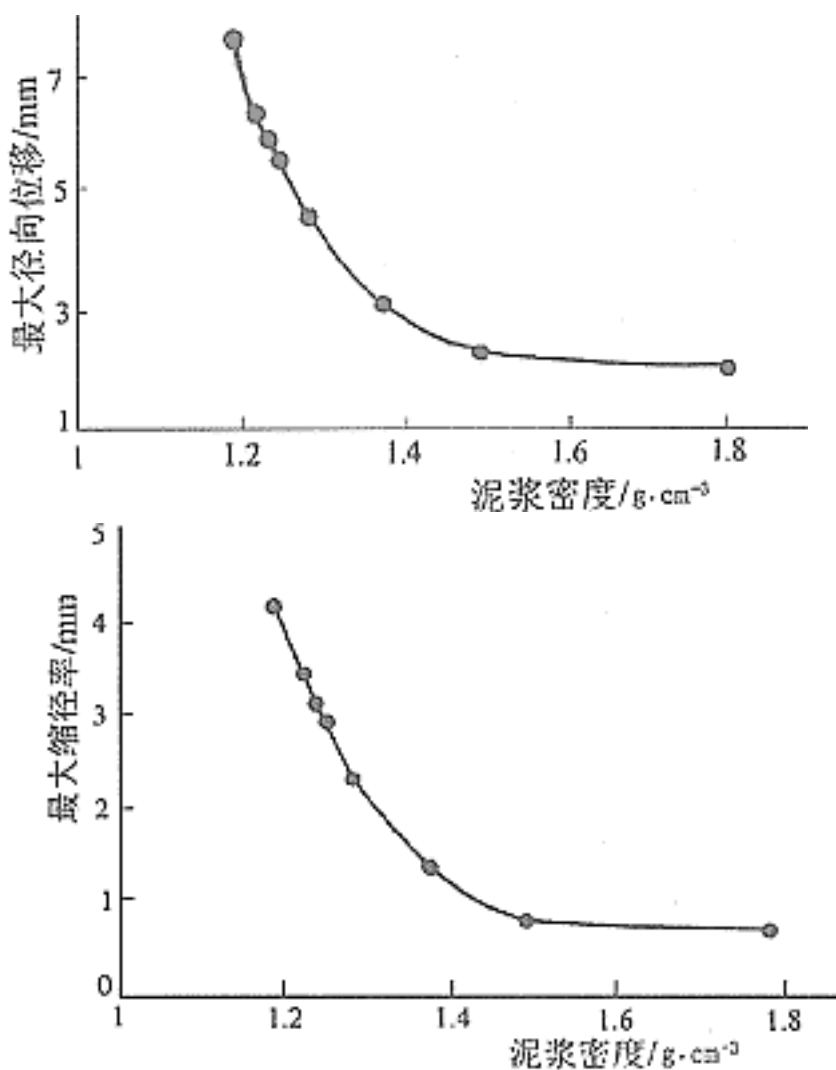


图7 井眼最大径向位移曲线

Fig.7 Maximun radial displacement  
of well wall

图8 井眼最大缩径率曲线

Fig.8 Maximun borehole shrinkage rate

南海油田乐东8-1-1井位于莺歌海凹陷的泥拱构造上，在钻进1680m的软泥岩地层时，使用了  $\rho = 1.20\text{g/cm}^3$  的钻井泥浆密度，导致井眼两次严重卡钻。从拉格朗日元法计算结果看，应当采用大于  $1.40\text{g/cm}^3$  的泥浆密度，才能有效抑制塑性泥页岩中井眼塑性缩径问题。岩石的弹、塑性参数，地应力值及地层孔隙介质的性质等影响因素的精确确定将极大的影响计算结果，但是，我们得出的一条重要结论是，提高钻井液密度将是防止塑性地层井眼缩径的必要手段，而泥浆密度要提高多少可用拉格朗日元法求得。考虑到井眼气侵、抽吸、压力波动等因素对泥浆液柱压力的影响，我们建议取一个安全因子  $k=1.05 \sim 1.1$ 。实际钻井时，使用的钻井泥浆密度为：临界钻井泥浆密度  $\times$  安全因子。

## 5 结论

(1)用拉格朗日元法可计算井眼塑性大变形问题，此法克服了弹性力学由于大变形造成的非线性误差。

(2)不同泥浆密度下的井眼塑性变形性质相差较大，当泥浆密度较小时，椭圆井眼短轴为最小地应力方向；而泥浆密度较大时，椭圆井眼短轴，正好反向，为最大地应力方向。

(3)当泥浆密度低于某一临界值时，泥浆密度的减小会导致井眼塑性变形量急剧增大；若泥浆密度大于临界值，提高泥浆密度对井眼塑性变形量影响不大。因此，根据计算求得塑性地层合理的钻井液密度是十分必要的。

作者简介：邓金根(1963-)，男，石油大学(北京)石油工程系教授、博士，中国岩石力学与工程学会理事，主要从事石油工程岩石力学方面的研究。

作者单位：邓金根 石油大学，北京 昌平 102200；

刘书杰 中国海洋石油生产研究中心，北京 101149；

石得勤 大庆油田钻井所，黑龙江 大庆 163413；

张 利 国家专利局，北京 100083.

## 参考文献

- [ 1 ] 王泳嘉.拉格朗日元法——一种分析大变形问题的数值方法 [ M ] .沈阳：东北大学出版社，1995.
- [ 2 ] 张 清.岩石力学基础 [ M ] .北京：中国铁道出版社，1986.
- [ 3 ] 邓金根.钻井工程中井壁失稳的力学机理 [ M ] .北京：石油工业出版社，1998.

收稿日期：1998-02-15