

# 基于 MatDEM 的砂土侧限压缩试验离散元模拟研究

秦岩<sup>1</sup>, 刘春<sup>1,2</sup>, 张晓宇<sup>1</sup>, 邓尚<sup>2</sup>

(1. 南京大学地球科学与工程学院, 江苏南京 210023;

2. 南京大学(苏州)高新技术研究院, 江苏苏州 215123)

**摘要:** 离散元法基于非连续介质力学理论, 尤其适用于砂土等离散介质体的数值模拟研究。利用岩土体离散元模拟软件 MatDEM 的二次开发功能, 研发了砂土侧限压缩试验三维离散元模拟器。对三个不同级配砂土试样进行了侧限压缩试验, 并且进行了与之相对应的数值模拟, 通过分析对比试验结果与数值模拟结果验证了所开发模拟器的有效性。模拟结果表明: 离散元法可以很好地反应砂土压缩过程中的配位数变化; 每个模拟样品中, 粒径较小的单元受到较大的平均压力, 导致平均位移较大; 数值计算结果的主要误差是由离散元颗粒自身的泊松比引起的。研究突破了常规土力学研究方法的局限性, 为今后岩土工程离散元模拟研究提供了参考。

**关键词:** 砂土; 侧限压缩试验; 离散元法; 数值模拟; 误差分析

中图分类号: TU441.5

文献标识码: A

## DISCRETE ELEMENT SIMULATION OF SAND CONFINED COMPRESSION TEST BASED ON MatDEM

QIN Yan<sup>1</sup>, LIU Chun<sup>1,2</sup>, ZHANG Xiaoyu<sup>1</sup>, DENG Shang<sup>2</sup>

(1. School of Earth Sciences and Engineering, Nanjing University, Nanjing 210023, Jiangsu, China;

2. Nanjing University (Suzhou) High-Tech Institute, Suzhou 215123, Jiangsu, China)

**Abstract:** Discrete element method is suitable for numerical simulation of discrete mesoporous media such as sand, because discrete element method is based on discontinuous medium mechanics theory. A 3D discrete element simulator for sand confined compression test was developed by the discrete element simulation software MatDEM. Confined compression tests for 3 different graded sands were carried out, and the numerical simulation matched with the test was carried out. The validity of the developed simulator was verified by the comparison between the test and numerical simulation results. The results show that DEM can well reflect the change of the coordination number in the compression process of sand; in each sample, the elements with smaller size are subjected to greater average pressure, which leads to a larger average displacement; the main error of numerical simulation was caused by the Poisson's ratio of the discrete element particle. This study overcomes the limitations of the conventional soil mechanics research methods, and provides a reference for the study of the discrete element simulation of geotechnical engineering in the future.

**Key words:** sand; confined compression test; DEM; numerical simulation; error analysis

**基金项目:** 国家自然科学基金(41761134089); 江苏省自然科学基金青年项目(BK20170393); 青岛海洋科学与技术国家实验室开放基金项目(QNLM2016ORP0110)

**作者简介:** 秦岩(1994-), 男, 在读硕士, 从事地质工程离散元模拟领域研究。E-mail: qyan1994@163.com

**通讯作者:** 刘春(1984-), 男, 博士, 副教授, 长期从事计算工程地质领域研究。E-mail: chunliu@nju.edu.cn

**收稿日期:** 2018-06-01; **修回日期:** 2018-08-15

吴芳编辑

## 0 引言

土力学研究表明,土体有效应力由土颗粒骨架承担,并通过颗粒接触点处传递。土体颗粒骨架结构的变化会引起土体宏观力学性质的改变。作为一种离散的颗粒材料,砂土具有各向异性、非连续性、细观随机性等结构特点,这种复杂的内部结构决定了其具有复杂的力学性质<sup>[1]</sup>。结合砂土细观结构来研究其宏观力学性质,可以更好的探究砂土整体力学特性,具有重要的科研价值和工程应用价值。

常规土工试验方法可以获取砂土宏观力学性质和变形特征,但是难以观察土体颗粒和孔隙的变化,故无法从细观上探究其变形机制<sup>[2-4]</sup>;将显微 CT、X 射线和数字照相等技术与土工试验相结合可以观察土体变形过程中的细观结构变化,探究土体变形的细观机制<sup>[5-7]</sup>。

在岩土体宏观力学机制方面,Cundall and Strack<sup>[8]</sup>首次提出了岩土工程研究的离散元方法,该方法成本低,易操作,并且支持宏观细观相结合分析土体力学性质,现已广泛应用于土力学研究。Naeij et al.<sup>[9]</sup>、蒋明镜<sup>[10]</sup>等通过模拟直剪试验得到了砂土剪切特性,并分别探究了砂土组构各向异性的变化趋势和砂土剪切带形成的细观机制。Tong et al.<sup>[11]</sup>模拟了各向异性颗粒材料双轴试验,得到了应力应变关系并分析了边界效应对数值模拟的影响。Yan et al.<sup>[12]</sup>通过对平面应变试验的模拟,探究了摩擦系数和颗粒形状对砂土剪切强度的影响。史旦达<sup>[13]</sup>等通过模拟一维压缩试验得到了砂土一维压缩特性,并探究了砂土颗粒宏观破碎现象;Ueda et al.<sup>[14]</sup>进一步研究了一维压缩条件下不同形状砂土颗粒的不同破碎形式。陈铖<sup>[15]</sup>等、朱俊高<sup>[16]</sup>等通过模拟三轴试验分别分析了级配、密实度对粗粒土强度的影响;孔亮<sup>[17]</sup>等模拟研究了三轴试验中应力路径对砂土变形特性影响的细观机制。这些研究通常基于商业软件的固定模块,对离散元法压缩试验的接触模型适用性和误差研究还相对较少。

基于自主研发的 MatDEM 软件开发了砂土侧限压缩试验三维离散元模拟器,文章通过一系列室内侧限压缩试验,获得了不同级配球状石英砂试样的应力应变曲线;采用 Hertz 单元接触模型开展

相应的离散元数值模拟试验;通过对比分析试验与数值模拟结果,探讨了砂土的宏观压缩特性与细观压缩本质;最后对离散元数值模拟进行了误差分析。

## 1 Hertz 接触模型

当不考虑离散元单元表面黏连与摩擦时,单元间只存在法向压力  $F_n$ ,此时适用 Hertz 接触理论计算法向力  $F_n$ <sup>[18]</sup>。如图 1 所示,半径分别为  $R_1$  和  $R_2$  的两单元发生弹性接触,法向重叠量  $A$  满足:

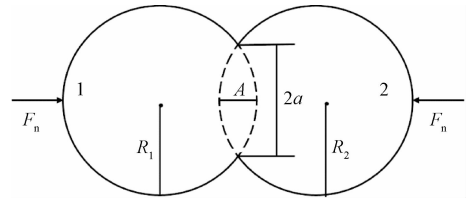


图 1 离散元中 Hertz 接触模型示意图

Fig. 1 Schematic diagram of the Hertz contact model in discrete element method

$$A = R_1 + R_2 - |r_1 - r_2| > 0 \quad (1)$$

式中  $r_1, r_2$  分别为两单元的位置矢量。

单元间的接触面为圆形,则接触面半径  $a$  为:

$$a = \sqrt{AR^*} \quad (2)$$

则单元间法向力为:

$$F_n = \frac{4E^*}{3R^*} a^3 \quad (3)$$

式中  $E^*$  与  $R^*$  分别为有效杨氏模量和有效单元半径,且两者满足如下关系式:

$$\frac{1}{R^*} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad (4)$$

$$\frac{1}{E^*} = \frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \quad (5)$$

式中  $E_1, \nu_1, E_2, \nu_2$  分别为单元 1、2 的杨氏模量和泊松比。

在离散元模型中单元泊松比为 0,且单元弹性模量  $E$  与法向刚度  $K_n$  存在以下关系:

$$E = \frac{K_n}{\pi R} \quad (6)$$

故联立公式 (1) — (6),可得法向力  $F_n$  为:

$$F_n = \frac{4(R_1 + R_2)K_{n1}K_{n2}}{3\pi R_1 R_2 (K_{n1}R_2 + K_{n2}R_1)} a^3 \quad (7)$$

式中  $K_{n1}$  和  $K_{n2}$  分别为单元 1 和单元 2 的刚度。

## 2 砂土压缩特性研究

### 2.1 侧限压缩试验

试验使用的材料是光滑无胶结球形石英砂, 比重约为 2.65。将粒径为 0.4 ~ 0.6 mm、0.6 ~ 0.8 mm、1 ~ 1.2 mm 的三组砂样按质量比 1:0:1、0:1:1、1:1:1 混合, 分别编号 1 号、2 号、3 号。试样尺寸为半径 0.0309 m, 高 0.02 m 的柱体。

砂样制备完成并在 50 KPa 下预压 12 小时后, 将其置于高压固结仪中进行加压。试验分为七级加载, 每级加载持续 30 分钟, 各级加载量分别为 0.1 MPa、0.2 MPa、0.3 MPa、0.4 MPa、0.8 MPa、1.6 MPa、3.2 MPa。试验应力应变曲线如图 2。

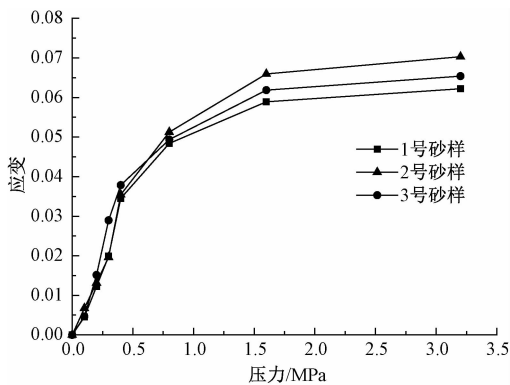


图 2 试验应力应变曲线

Fig. 2 Stress-strain curves of the test

可得在 0.4 MPa 之前三个砂样应变基本成线性增加, 且三个砂样可压缩性区分不明显; 在 0.8 MPa 之后应变表现出明显差异, 即应变表现为 2 号砂样最大, 3 号砂样次之, 1 号砂样最小; 在 1.6 MPa 之后应变基本不变。

### 2.2 数值模拟试验

南京大学自主开发了岩土体三维离散元模拟软件 MatDEM (<http://matdem.com> 下载), 该软件基于创新的 GPU 矩阵离散元法, 具有计算效率高、微宏观力学性质明确和强大的二次开发功能等优点<sup>[19]</sup>。现利用 MatDEM 二次开发功能研发了土体侧限压缩试验三维离散元模拟器, 以 1 号砂样为例简介数值模拟过程。

第一步: 几何建模。模型由固结盒和试样组成 (见图 3)。固结盒由侧限管, 上、下压力板组成, 其中侧限管和下压力板不可移动, 上压力板可移动以施加压力。在构建模拟砂样时, 首先根据 1 号砂样平均粒径确定单元总数; 然后调整单元粒径使其在 0.4 ~ 0.6 mm 和 1 ~ 1.2 mm 之间均匀随机分布; 最后不断调整两粒组单元含量使模拟砂样粒组分布、粒组间质量比和孔隙比等物理参数接近室内试验参数。通过上述方法构建的三个模拟砂样的物理参数如表 1。几何模型建立后赋予模拟砂样单元随机初速度, 使其随机运动, 打乱单元的排列状态; 然后通过上压力板施加压力压实模型, 进而将系统动能平衡至足够小, 以模拟重力沉积。

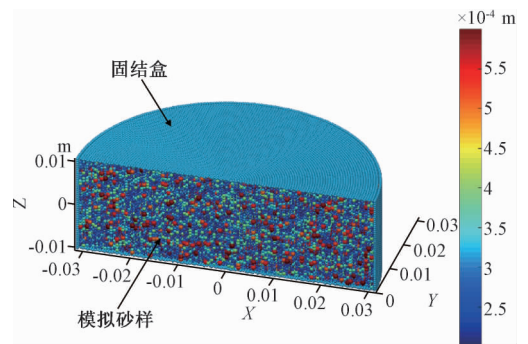


图 3 初始几何模型

Fig. 3 Initial geometric model

表 1 模拟与试验砂样物理参数对比

Table 1 Comparison of physical parameters of the simulated sand and the tested sand

砂样编号	类型	粒组/mm	总质量/g	各粒组质量比	孔隙比	单元数量/个
1 号	试验	0.4 ~ 0.6/1 ~ 1.2	85	1:1	0.8303	323750
	模拟	0.4 ~ 0.6/1 ~ 1.2		1.002:1		
2 号	试验	0.4 ~ 0.6/0.6 ~ 0.8	86	1:1	0.8209	403699
	模拟	0.4 ~ 0.6/0.6 ~ 0.8		1:1		
3 号	试验	0.4 ~ 0.6/0.6 ~ 0.8/1 ~ 1.2	89	1:1:1	0.8121	236192
	模拟	0.4 ~ 0.6/0.6 ~ 0.8/1 ~ 1.2		1:1.024:0.983		

第二步: 材料设置。根据 Liu C et al.<sup>[20]</sup> 给出的紧密堆积离散元模型单元力学参数与模型整体力学性质之间的解析解, 经过多次模拟试算, 确

定了模型单元平均微观力学参数 (见表 2)。

第三步: 数值试验。模拟室内试验加载过程, 通过上压力板施加压力, 每级加载后通过平衡迭

表2 模型微观力学参数

Table 2 Micromechanical parameters of the model

类型	法向刚度/ (N/m)	切向刚度/ (N/m)	断裂 位移/m	抗剪力 /N	摩擦 系数
试算值	$1.3139 \times 10^6$	$4.1931 \times 10^5$	0	44.3733	0
解析值	$1.1254 \times 10^6$	$4.0193 \times 10^5$	0	39.9360	0

代使压力充分传递,平衡迭代完成后记录每级加载后结果。

数值模拟结果如图4。模拟砂样的总体可压缩性表现为2号砂样最大,3号砂样次之,1号砂样最小,其所显示的可压缩性与试验相同;在0.4 MPa之前应变基本成线性增加,在0.8 MPa之后应变表现出明显差异;模拟试样与室内试验应力应变曲线在0.8 MPa之前变化趋势吻合较好。

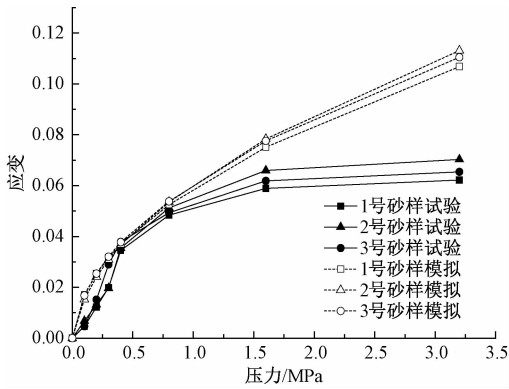


图4 数值模拟与试验应力应变曲线对比

Fig. 4 Comparison of stress and strain curves between the numerical simulation and the test

### 3 数值模拟结果分析

#### 3.1 配位数变化规律

对于平均配位数 ( $A_c$ ) 定义为所有单元接触总数与单元总数的比值,可以表示土体颗粒间的接触紧密程度,其数学表达式如下:

$$A_c = \frac{N_c}{N_p} \quad (8)$$

公式中  $N_c$  为所有单元接触总数,  $N_p$  为单元总数。

三个模拟砂样压缩过程中的平均配位数变化如图5。砂样压缩过程中随着压应力的增加平均配位数是一直增大的,宏观上则表现为土体密实度随着压缩量的增大而增大。在每级加载过程中平均配位数的变化总表现为2号、3号、1号砂样依次减小,与应变有相似的变化趋势,这是因为更大的压缩量代表砂样中更多的孔隙被填充,砂样

也更加密实,颗粒间的相互接触越多。

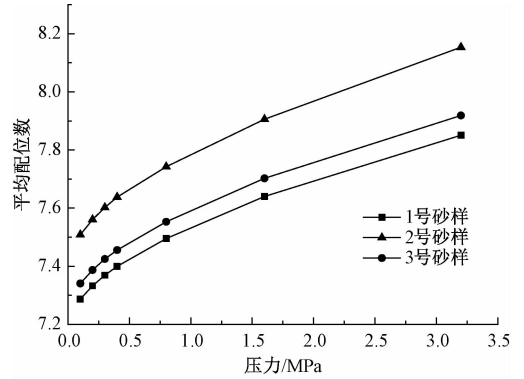


图5 平均配位数的变化

Fig. 5 The change of the average coordination number

#### 3.2 单元位移变化规律

土体受压引起土颗粒位移,小颗粒填充了大颗粒形成的孔隙,进而土体更加密实。在三个模拟砂样中,小粒径单元均为0.4~0.6 mm;在1、3号砂样中,大粒径单元为1~1.2 mm,而在2号砂样中为0.6~0.8 mm;单元平均位移为每级加载完成后所有单元相对于上一次加载后的平均移动距离。对三个砂样中不同大小的单元在数值模拟中的位移规律进行分析(见图6)。加压过程之中,单元平均位移表现为先减小后增大;同一砂样中小粒径单元平均位移总是大于大粒径单元。单元位移是由受力引起的,分析不同大小的单元平均受力情况发现(见图7),在压缩过程中同样存在小粒径单元所受的平均压力总是大于大粒径单元的现象,所以引起小粒径单元位移较大。单元的平均受力是线性增加的,但是单元平均位移却是非线性变化,这是由砂样孔隙结构的改变引起的(见图8)。砂样孔隙比改变量在0.4 MPa之前随压力的增加而减小,砂样孔隙趋于密实,单元平均位逐渐减小;在0.4 MPa之后随压力的增加孔隙比改变量突然增大,孔隙结构大幅改变,故单元平均位随之增大。

### 4 数值模拟误差分析

数值模拟的主要误差表现为其应变变量一直略大于室内试验,并在加压到0.8 MPa之后表现的尤为明显,分析误差产生的主要原因是离散元法没有考虑单元的泊松比。

室内试验所用样品为球形石英砂,假设颗粒泊松比为  $\nu$ 。从颗粒受压变形图中可看出(见

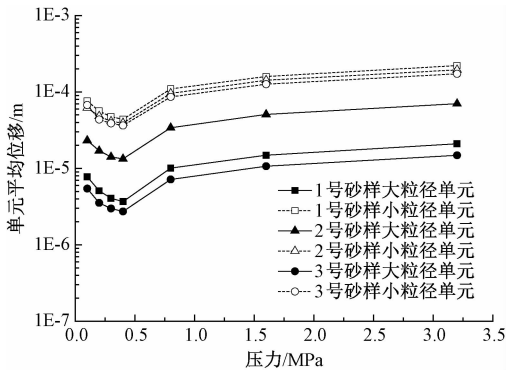


图6 数值模拟中单元平均位移的变化

Fig. 6 The variation of unit average displacement in numerical simulation

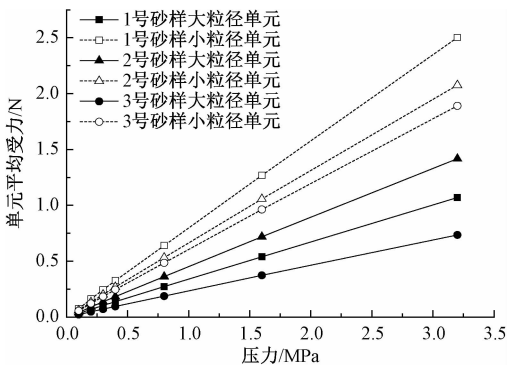


图7 数值模拟中单元平均受力的变化

Fig. 7 The variation of unit average force in numerical simulation

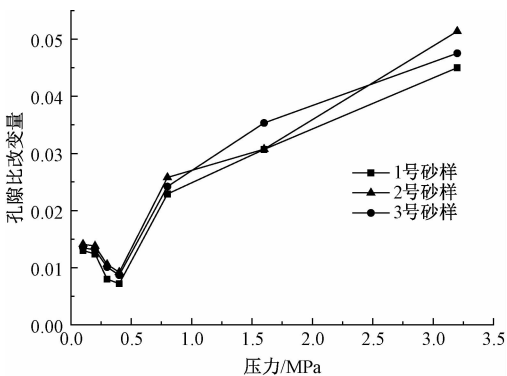


图8 每级加荷后砂样孔隙比改变量

Fig. 8 The variation of void ratio after each loading

图9), 当颗粒受到压应力  $\sigma_z$  时, 在颗粒受力处产生压应变  $\varepsilon_z$ , 此时颗粒在垂直于  $\sigma_z$  的侧向产生应变  $\varepsilon_x$  和  $\varepsilon_y$ , 所以在室内侧限压缩试验中存在着侧面颗粒的限制和挤压 ( $\sigma_x$  和  $\sigma_y$ )。根据虎克定律:

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} [\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)] \quad (9)$$

当存在侧向应力时 ( $\sigma_x$  和  $\sigma_y$ ), 颗粒垂向的应变

随着泊松比的增大而减小。在离散元法中, 当单元受压时其不会产生侧向应变 (见图1), 即假定单元泊松比为0, 导致其宏观的杨氏模量较实际偏小。因此, 根据公式(9), 当泊松比为0时, 离散元模拟得到的压缩量较实际球状石英砂 ( $\nu > 0$ ) 试验结果偏大。

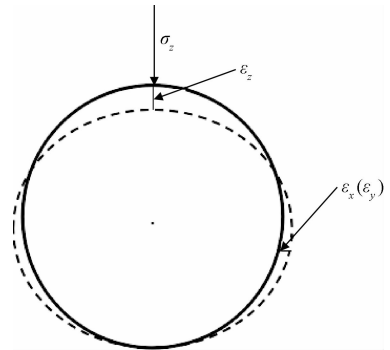


图9 球形石英砂颗粒受压变形示意图

Fig. 9 A schematic diagram of compression deformation of a spherical quartz sand particle

## 5 结论

利用离散元数值模拟并结合室内试验研究了砂土侧限压缩试验, 结合砂土压缩过程中的应力应变曲线、配位数变化和砂土颗粒位移变化分析了砂土的压缩特性, 并对数值模拟做了误差分析, 得到了如下结论:

(1) 结合 MatDEM 二次开发功能研发了有效的砂土侧限压缩试验三维离散元模拟器。该模拟器支持百万单元高效模拟计算, 可详细记录模拟过程中的单元位移和受力等参数。

(2) 砂土压缩的本质为小颗粒填充大颗粒形成的孔隙而引起的颗粒配位数增加, 进而表现为土体更加密实, 强度增大; 砂土压缩过程中小粒径颗粒相比大粒径颗粒受到较大的平均压力而产生较大的平均位移。

(3) 离散元模型中的单元泊松比为0, 这会导致单元受压时只产生压应变而不会产生侧向膨胀, 进而导致模型总体压缩量偏大。对模拟误差的定量分析以及矫正将在后续研究中完成。

## 参考文献/References

- [1] 李爽, 刘洋, 吴可嘉. 砂土直剪试验离散元数值模拟与微观变形机理研究 [J]. 长江科学院院报, 2017, 34 (4):

- 104 ~ 110, 116.
- LI Shuang, LIU Yang, WU Kejia. Exploring mesoscopic deformation mechanism of sand in direct shear test by numerical simulation using discrete element method [J]. Journal of Yangtze River Scientific Research Institute, 2017, 34 (4): 104 ~ 110, 116. (in Chinese with English abstract)
- [2] 王玉锁, 王明年, 童建军, 等. 砂类土体隧道围岩压缩模量的试验研究 [J]. 岩土力学, 2008, 29 (6): 1607 ~ 1612, 1617.
- WANG Yusuo, WANG Mingnian, TONG Jianjun, et al. Test research on compression modulus of sandy soil tunnel surrounding rock [J]. Rock and Soil Mechanics, 2008, 29 (6): 1607 ~ 1612, 1617. (in Chinese with English abstract)
- [3] Ghayoomi M, Suprunenko G, Mirshekari M. Cyclic triaxial test to measure strain-dependent shear modulus of unsaturated sand [J]. International Journal of Geomechanics, 2017, 17 (9): 1 ~ 11.
- [4] 扈萍, 黄茂松, 马少坤, 等. 粉细砂的真三轴试验与强度特性 [J]. 岩土力学, 2011, 32 (2): 465 ~ 470.
- HU Ping, HUANG Maosong, MA Shaokun, et al. True triaxial tests and strength characteristics of silty sand [J]. Rock and Soil Mechanics, 2011, 32 (2): 465 ~ 470. (in Chinese with English abstract)
- [5] Desrues J, Chambon R, Mokni M, et al. Void ratio evolution inside shear bands in triaxial sand specimens studied by computed tomography [J]. Géotechnique, 1996, 46 (3): 529 ~ 546.
- [6] Oda M, Takemura T, Takahashi M. Microstructure in shear band observed by microfocus X-ray computed tomography [J]. Géotechnique, 2015, 54 (8): 539 ~ 542.
- [7] 曹亮, 刘文白, 李晓昭, 等. 基于数字图像的砂土压缩变形模式的试验研究 [J]. 岩土力学, 2012, 33 (4): 1018 ~ 1024.
- CAO Liang, LIU Wenbai, LI Xiaozhao, et al. Experimental study of compression deformation patterns in sands based on digital image analysis [J]. Rock and Soil Mechanics, 2012, 33 (4): 1018 ~ 1024. (in Chinese with English abstract)
- [8] Cundall P A, Strack O D L. A discrete numerical mode for granular assemblies [J]. Géotechnique, 1979, 29 (1): 47 ~ 65.
- [9] Naeij M, Mirghasemi A A. Study of anisotropies evolution in direct shear test using discrete element method [A]. Yang Q. Constitutive Modeling of Geomaterials [M]. Boca Raton, Fla: SSGG, 2013, 451 ~ 460.
- [10] 蒋明镜, 王富周, 朱合华. 单粒组密砂剪切带的直剪试验离散元数值分析 [J]. 岩土力学, 2010, 31 (1): 253 ~ 257, 298.
- JANG Mingjing, WANG Fuzhou, ZHU Hehua. Shear band formation in ideal dense sand in direct shear test by discrete element analysis [J]. Rock and Soil Mechanics, 2010, 31 (1): 253 ~ 257, 298. (in Chinese with English abstract)
- [11] Tong Z X, Zhang L W, Zhou M. DEM simulation of biaxial compression experiments of inherently anisotropic granular materials and the boundary effects [J]. Journal of Applied Mathematics, 2013, 2013: 394372.
- [12] Yan G, Yu H S, McDowell G. Simulation of granular material behaviour using DEM [J]. Procedia Earth and Planetary Science, 2009, 1 (1): 598 ~ 605.
- [13] 史旦达, 周健, 贾敏才, 等. 考虑颗粒破碎的砂土高应力一维压缩特性颗粒流模拟 [J]. 岩土工程学报, 2007, 29 (5): 736 ~ 742.
- SHI Danda, ZHOU Jian, JIA Mincai, et al. Numerical simulations of particle breakage property of sand under high pressure 1D compression condition by use of particle flow code [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2007, 29 (5): 736 ~ 742. (in Chinese with English abstract)
- [14] Ueda T, Matsushima T, Yamada Y. DEM simulation on the one-dimensional compression behavior of various shaped crushable granular materials [J]. Granular Matter, 2013, 15 (5): 675 ~ 684.
- [15] 陈铖, 刘小清, 罗正东, 等. 颗粒级配对粗粒土强度与变形特性影响的研究 [J]. 工程地质学报, 2016, 24 (6): 1191 ~ 1198.
- CHEN Cheng, LIU Xiaoqing, LUO Zhengdong, et al. Study of strength and deformation characteristic of unbound granular material with different grain composition [J]. Journal of Engineering Geology, 2016, 24 (6): 1191 ~ 1198. (in Chinese with English abstract)
- [16] 朱俊高, 郭万里, 徐佳成, 等. 级配和密实度对粗粒土三轴试验影响离散元分析 [J]. 重庆交通大学学报 (自然科学版), 2017, 36 (6): 70 ~ 74.
- ZHU Jungao, GUO Wanli, XU Jiacheng, et al. DEM analysis on impact of gradation and compactness on coarse-grained soil in tri-axial test [J]. Journal of Chongqing Jiaotong University (Natural Science), 2017, 36 (6): 70 ~ 74. (in Chinese with English abstract)
- [17] 孔亮, 季亮亮, 曹杰峰. 应力路径和颗粒级配对砂土变形影响的细观机制 [J]. 岩石力学与工程学报, 2013, 32 (11): 2334 ~ 2341.
- KONG Liang, JI Liangliang, CAO Jiefeng. Deformation mesomechanism of sands with different grain gradations under different stress paths [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics & Engineering, 2013, 32 (11): 2334 ~ 2341. (in Chinese with English abstract)
- [18] 孙其诚, 王光谦. 颗粒物质力学导论 [M]. 北京: 科学出版社, 2009, 15 ~ 17.
- SUN Qicheng, WANG Guangqian. Introduction to particulate matter mechanics [M]. Beijing: Science Press, 2009, 15 ~ 17. (in Chinese)
- [19] 刘春, 施斌, 顾凯, 等. 岩土体大型三维离散元模拟系统的研发与应用 [J]. 工程地质学报, 2014, 22 (S1): 551 ~ 557.
- LIU Chun, SHI Bin, GU Kai, et al. Development and application of large-scale discrete element simulation system for rock and soil [J]. Journal of Engineering Geology, 2014, 22 (S1): 551 ~ 557. (in Chinese with English abstract)
- [20] Liu C, Xu Q, Shi B, et al. Mechanical properties and energy Conversion of 3D close-packed lattice model for brittle rocks [J]. Computers & Geosciences, 2017, 103: 12 ~ 20.