DOI: 10.12090/j. issn. 1006 - 6616. 2018. 24. 03. 042

文章编号: 1006-6616 (2018) 03-0407-09

考虑断层效应的高铁列车动荷载对 地面沉降影响机理研究

——以京张高铁怀来段为例

王苗苗^{1,2},丰成君^{1,2},戚帮申^{1,2},孟 静^{1,2},张 鹏^{1,2}, 任思起^{1,2}, 谭成轩^{1,2} (1. 中国地质科学院地质力学研究所,北京 100081;

2. 国土资源部新构造运动与地质灾害重点实验室,北京 100081)

摘 要: 京张高铁怀来段位于怀涿、延矾盆地复合部位, 盆地内土体工程地质特性的差异及隐 伏断裂稳滑活动产生的地面沉降无疑会威胁京张高铁的安全运行。依据工程地质钻孔及地球物 理探测资料,构建跨活动断层地基土体二维地层结构模型,通过数值模拟手段开展考虑断层效 应的高铁列车动载荷对地面沉降的影响机理研究。研究表明:列车动荷载主要影响50m深度范 围内的土体,随车速增加动荷载造成的土体竖向位移降低,随车重增加竖向位移增加;在列车 动荷载和断层滑移双重作用下, 随深度增加, 七体坚向位移以受列车动荷载影响为主转为以断 层滑移影响为主,50m以下土体竖向位移全部由断层滑移所致,且紧邻断层两侧距离相同位置 上盘土体竖向位移大于下盘。

关键词:活动断层;高铁列车动荷载;数值模拟;动力响应;沉降 中图分类号: P642.26 文献标识码: A

REAEARCH ON THE MECHANISM OF THE INFLUENCE OF DYNAMIC LOAD OF HIGH-SPEED TRAIN ON LAND SUBSIDENCE SUBJECTED TO FAULT EFFECT: A CASE STUDY OF THE HUAILAI SECTION OF THE BELJING-ZHANGJIAKOU HIGH-SPEED RAILWAY

WANG Miaomiao^{1,2}, FENG Chengjun^{1,2}, QI Bangshen^{1,2}, MENG Jing^{1,2}, ZHANG Peng^{1,2}, REN Siqi^{1,2}, TAN Chengxuan^{1,2}

(1. Institute of Geomechanics, Chinese Academy of Geological Sciences, Beijing 100081, China;

2. Key Laboratory of Neotectonic Movement and Geohazard, Ministry of Land and Resources, Beijing 100081, China)

Abstract: The Huailai section of Beijing-Zhangjiakou (BZ) high-speed railway is located in the compound position of the Huaizhuo basin and Yanfan basin. The ground subsidence resulted from the difference of engineering geological characteristics of soil and sliding of buried faults in the basin will undoubtedly threaten the safe operation of BZ high-speed railway. Using numerical simulation to study the mechanism of the influence of dynamic load of high-speed train on land subsidence subjected to fault effect, the 2D geological model of soils in the Huailai section of BZ high-speed railway is established

基金项目: 中国地质调查局项目 (DD20160267); 中国地质科学院地质力学研究所院所长基金 (DZLXJK201711)

作者简介: 王苗苗 (1986-), 女, 博士, 主要从事岩石力学与工程地质方面研究。E-mail: wmmcugb@163. com

通讯作者: 丰成君 (1985-), 男, 高级工程师, 主要从事活动断裂、构造应力场、区域地壳稳定性评价。E-mail: feng2010618@ aliyun. com

收稿日期: 2017-12-19; 修回日期: 2018-03-28

based on the field data of engineering geological boreholes and geophysical exploration in this study. The results indicate that the dynamic load of the train mainly affects the soil within the depth of 50m, with increasing displacements accompanying decreasing train velocities and increasing train mass. Under both the dynamic train load and fault slip, the settlement of the soil mainly affected by the dynamic train load tends to be mainly controlled by the fault slip as the depth increases. And the settlement of the soil below 50m is controlled by the fault slip. What's more, the settlement of soil around the fault in the hanging wall is larger than that in the footwall at the same distance from the fault.

Key words: active fault; dynamic load of high-speed train; numerical simulation; dynamic response; land subsidence

0 引言

自 2015 年中国成功申办 2022 年冬奥会以来, 张家口地区地质安全成为社会高度关注的焦点之 一。京张高铁作为联动北京、延庆、张家口赛区 的重要交通工具,是保障冬奥会赛事顺利举办的 重要基础设施。京张高铁(怀来段)位于怀涿、 延矾盆地复合部位,第四系厚度大,岩土体结构 类型及工程地质特性相对复杂;同时,盆地内隐 伏活动断裂发育,如延矾盆地北缘断裂等^[1-3]。土 体工程地质特性的差异及盆地内隐伏断裂稳滑活 动产生的地面沉降无疑会威胁京张高铁的安全 运行。

在高速行车条件下,列车动载对铁路轨道的 作用加剧,进而影响路基及地基土体累积变形及 其动力稳定性^[4-5]。随着计算机技术及计算方法的 迅速发展,数值计算方法在路基动力响应分析中 得到广泛应用^[6-8]。诸多学者采用有限元法对高速 铁路路基系统的动力特性进行了分析研究,取得 了一定成果^[9-11]。然而,这些研究主要是基于完 整岩土体介质中的动力响应进行的,且重点在于 路基的响应特征方面,针对高速列车穿过断层场 地地基土体的响应特征目前鲜见报道。一些学者 针对地裂缝场地地铁线路变形方面进行了相关研 究^[12-14],为本文的研究提供了有益的参考。

为此,依据延矾盆地、怀涿盆地内活动断裂、 工程地质及地球物理探测资料,以京张高铁(怀 来段)为研究对象,构建基于断层的地基土体二 维地层结构模型,开展考虑断层效应的高铁列车 动载荷对地面沉降的影响机理研究,为京张高铁 后期建设施工、高速安全运行及地质安全评价等 提供基础科技支撑。

1 区域地质概况

1.1 地质构造条件

张家口地区位于山西地堑活动构造带与张家 口一渤海活动构造带交汇部位,受印度板块和太 平洋板块对欧亚板块的俯冲挤压作用,该区新构 造活动较强烈、构造变形迹象复杂,新生代以来 构造变形总体表现为拉张作用为主、挤压作用为 辅,区域内活动断裂总体表现为张性正断层。张 家口地区中强地震活动频次较高(见图1)。

京张高铁(怀来段)位于怀涿、延矾盆地复 合部位,盆地内沉积地层主要为上新统石匣组和 第四系地层,新构造活动强烈,活动构造发 育^[15-16]。该高铁线路穿过延矾盆地北缘断裂 (F4)(见图1),该断裂是延庆—矾山次级盆地北 部边界断裂,以正断活动性质为主。该断裂北起 延庆营盘,西至红土沟一带,整体走向北东向, 倾向以南东向为主,倾角 55°~80°,由一系列北 北东、北东、北东东向不连续的次级活动断裂组 成,断裂长度约 100 km。

1.2 工程地质条件

对研究区进行地球物理探测及工程地质钻探, 以揭露断层位置、特征及地层特性。根据张家口 地区延怀盆地大地电磁测深法反演视电阻率等值 线形态,发现明显的高阻至低阻变化带,为明显 的断层特征(见图2)。工程地质钻探揭露在怀涿、 延矾等盆地内,地层主要为新近系石匣组泥岩、 粉砂岩、砾岩,半固结状;下更新统泥河湾组粘 土、粉砂层、砾石层、砂砾石层;中更新统赤城 组粉砂质粘土、砾石层;上更新统马兰组粘土、 粉砂质粘土、砂砾石层、砾石层;全新统粘土、 粉砂质粘土、砂砾石层(见图3)。同时根据地层



F1一赤诚-尚义断裂;F2一张家口断裂;F3一怀涿盆地北缘断裂;F4一延矾盆地北缘断裂;F5一施庄断裂

图1 京张高铁沿线主要活动构造图

Fig. 1 The active tectonics sketch along the Bejing-Zhangjiakou high-speed railway







特征可推断延矾盆地北缘断裂(F4)为晚更新世 活动断裂,走向为北东向,倾向南东,倾角约为 $60^{\circ} \sim 80^{\circ}$,由上而下标志性地层中更新统地层 $(Qp^{2}c)$ 的断距约为68 m,下更新统地层 $(Qp^{1}n)$ 断距约为82 m,新近系地层 $(N_{2}s)$ 断距约为178 m $(见表 1)_{\circ}$

表1 断层 F4 标志性地层

Table 1	Characteristics of m	arked strata of	the fault
标志性地层	上盘厚度/m	下盘厚度/m	断距/m
中更新统地层	40	25	68
下更新统地层	169	73	82
新近系地层	155	57	178

京张高铁(怀来段)位于第四系盆地内,且 跨越活动断层,由于岩土体结构类型及工程地质 特性相对复杂,不良工程地质问题如地面沉降等 较易发生。以京张高铁跨延矾盆地北缘断裂为例,



图 5 延机盐地北缘即泵 F4 嵌孔时回图 Fig. 3 Borehole profile related to F4 on the north edge of the Yanfan Basin

研究断裂活动及高铁动载荷对地面沉降的影响, 进而为高铁运行导致的地面沉降分析及预测等提 供一定的参考及依据。

2 数值计算模型

2.1 地质模型的建立

依据上述钻孔剖面揭露的地层,对其进行合 理简化,基于有限元数值方法,采用 ANSYS 模拟 软件,构建京张高铁怀来段跨活动断层地基土体 浅部二维地层模型(见图 4)。该模型沿高铁线路 走向长 500 m,深度为 200 m;该活动断层 F4 倾角 为 60°,标志性地层中更新统粘土层(Qp²c)的断 距为 70 m,下更新统有机质粘土(Qp¹n)断距为 80 m,采用弱化的物理力学参数进行表征;基于钻 孔资料,将上盘土体分为 8 层,下盘为 6 层,并将 土体视为弹塑性材料,选用 Drucher-Prager 模型, 参数选取基于室内试验及经验值,则不同深度地 基土体材料的计算参数见表 2。





Fig. 4 The 2D geological model considering the fault occurrence and stratum structure

表 2	各层土体采用的计算参数	

Table 2 Calculation parameters using by each layer of soil

地层序号	土层类型	厚度/m	弹性模量/MPa	泊松比	密度/ (kg/m ³)	粘聚力/kPa	摩擦角/ (°)
1	粉土	上盘: 5 下盘: 15	15	0.30	1750	16	28
2	砾石	上盘 ^a :40;10;30	40	0.18	2000	10	45
3	中粗砂	下盘: 5 下盘: 10	25	0.22	1800	20	34
4	粘土	上盘: 40 下盘: 30	20	0.25	1940	99	27
5	粉土	上盘:5	15	0.30	1960	30	33
6	粘土	上盘: 10	18	0.27	2000	40	25
$\overline{\mathcal{O}}$	有机质粘土	上盘: 60 下盘: 70	20	0.25	2000	106	28
8	粉质粘土	下盘: 70	30	0.2	2100	125	27
	断层	/	1.5	0.30	1500	/	/

注: a 表示②砾石层在上盘有三层,由上而下土层厚度分别为40m、10m、30m

2.2 粘弹性边界

采用离散的有限元模型模拟半无限空间体时, 为避免应力波在模型的边界上发生反射而使得结 果失真,可采用人工边界来进行处理。文章采用 刘晶波^[17-18]等人提出的一致粘弹性人工边界,将 其等效为连续分布的并联弹簧一阻尼器系统。在 模型左、右和底边界均采用粘弹性一致人工边界, 来模拟半无限空间土层,如图 5 所示。

2.3 列车动荷载

列车动荷载对于线路系统来说属于外部激励, 对列车动荷载进行简化模拟将在很大程度上影响 路基动力响应的计算结果。孔祥辉等^[11]将列车动 荷载简化为静荷载和一个正弦函数之和;梁波 等^[4]、周振勇^[6]、屈畅姿^[8]、郭志广等^[9]考虑轨 道不平顺等因素采用静荷载和一系列正弦函数迭 加而成的激振力函数来模拟列车动荷载;董亮^[5]、





刘晓红^[7]、王晅等^[10]将单轴轮载简化为匀速移动 的恒力,不考虑行车稳定性等复杂原因导致的振 动。由于文章主要是针对地基土体的变形特征进 行研究,为简化计算的复杂性,并考虑列车荷载 的周期性,将列车荷载简化为一个静载与正弦函 数之和。则列车动荷载*F*(*t*)为

$$F(t) = P_0 + P\sin\omega t \tag{1}$$

式中,t为时间,s, P_0 为车轮静载,kN; ω 为圆 频率,P为相应的振动荷载,kN。

$$P = m_0 a \omega^2 \tag{2}$$

式中, m₀为簧下质量, kg; a 为矢高, mm。

考虑到周围轮重的应力叠加效应等因素,列 车动荷载取为上述激振力的0.5倍^[8],且基于实测 结果可知列车动荷载经过路基后动应力衰减可达 70%~80%^[6,9,11],则施加在地基土体的动荷载 *F*(*t*)'可取为0.15*F*(*t*)。

2.4 断层滑动荷载

该活动断层 F4 上、下盘垂直运动相对速率为 1.0~1.9 mm/a^[16,19],采用其最大速率经换算可得 沿断层面相对滑动速率为 2.2 mm/a。

3 模拟结果分析

3.1 列车动荷载造成的地基土动力响应

对列车动荷载简化后仅考虑低频振动荷载, 以运营列车 CRH2 型为例,列车簧下质量为 750 kg,车轮静载为 70 kN,速度为 300 km/h 时,则 直接施加在土体上的动荷载 F(t)'=10.5 + 0.69sin(26.18t)kN,得到列车动荷载加载一周 期后的地基土动力响应计算结果。

3.1.1 竖向动应力分布

表层粉土顶部动应力沿高铁线路方向分布情况

如图 6 所示。由图可知动应力范围为 1.9 ~ 2.7 kPa, 在断层附近出现波动,随与断层距离逐渐增加,应力 值趋于稳定。与实测值(1~1.5 kPa 左右)对 比^[10,13],可知数值模拟列车动荷载加载方式较合理。





Fig. 6 Curve of simulated dynamic stress in the direction of high-speed railway

3.1.2 竖向位移分布

由沿高铁线路方向不同深度地基土体竖向位移分 布情况(见图7)可知,在断层处土体竖向位移最 大,随与断层距离逐渐增加,竖向位移逐渐趋于稳 定,断层影响宽度约为40m;由浅部至深部土体竖向 位移逐渐减小,动荷载影响深度约为50m。上、下盘 竖向位移有差异,主要由于断层两侧土体性质不同所 致,如5m深度时,上盘为弹性模量较大的砾石层, 下盘为粉土,故而上盘竖向位移低于下盘。

3.1.3 车速的影响

由不同车速(v=200 km/h, 250 km/h, 300 km/ h, 350 km/h)对表层土体竖向位移的影响(见图 8)可知,随着车速逐渐增加,竖向位移逐渐降低。产生此种现象可能是由于速度较小时荷载值 相对较小,但其作用时间较长,造成竖向位移相



位移分布情况









3.1.4 车重的影响

不同车重 (v = 300 km/h, 当运营列车为 CRH2型时, $P_0 = 70 \text{ kN}$, $m_0 = 750 \text{ kg}$; 当运营列车 为 CRH380型时, $P_0 = 80 \text{ kN}$, $m_0 = 850 \text{ kg}$) 对表 层土体竖向位移的影响如图 9 所示。随着车重增 加,竖向位移增加。原因为车轮静载和质量大时, 荷载值相对较大,造成竖向位移相对较大。





Fig. 9 Distribution curves of vertical displacements of surface soil mass under different train type

3.2 断层滑动引起的土体变形

断层滑动引起土体的竖向位移变化分布及不同深度土体竖向位移分布曲线分别见图 10 与图 11。可见,紧邻断层上盘(主动盘)土体竖向位 移最大;由断层向两侧竖向位移逐渐减小,受断 层影响变小;竖向位移沿深度变化不明显;断层 两侧距离相同位置,上盘土体竖向位移明显大于 下盘。





Fig. 10 The vertical displacements distribution under the slip of the fault

3.3 列车动荷载与断层滑动共同导致的沉降量

以运营列车为 CRH2 型为例, v = 300 km/h 时,列车动荷载与断层滑动共同作用导致的竖向 位移分布情况和不同深度土体竖向位移变化曲线 分别如图 12 与图 13 所示。可见, 京张高铁怀来段 地基土体 50 m 深度内的竖向变形受断层活动和列 车动荷载共同控制,具体表现为: (1)纵向上, 竖向位移随深度增加而逐渐减小,横向上,由断 层向两侧沉降量亦逐渐减小; (2)紧邻断层两侧 距离相同位置,上盘土体竖向位移大于下盘; (3) 紧邻断层上盘表层土体发生最大竖向位移,约 7 mm,相邻部位最大差异沉降约为1.4 mm。浅表层 土体竖向位移主要受列车动荷载影响,随深度增加 逐渐转为以断层滑动产生竖向位移为主(见图14)。

京张高铁怀来段地基土体 50 m 以下深度竖向 位移主要受断层活动控制,表现为:(1)纵向上, 竖向位移随深度增加变化不显著,横向上,由断 层向两侧变形量逐渐减小;(2)断层两侧距离相 同位置,上盘土体竖向位移仍大于下盘。







图 12 列车动荷载与断层滑动共同作用所致竖向位移分布图 Fig. 12 The vertical displacements distribution under the dynamic load of the train and the slip of the fault



图 13 列车动荷载与断层滑动共同作用所致 竖向位移分布曲线

Fig. 13 Distribution curves of vertical displacements with different depths under the dynamic load of the train and the slip of the fault



图 14 列车动荷载产生竖向位移占总位移的 百分比曲线



4 结论

通过对京张高铁怀来段考虑断层效应的高铁 列车动荷载对地面沉降的影响研究,得到如下 结论:

(1)列车动荷载主要影响 50 m 深度范围内土体,由于断层两侧土体性质不同,导致上、下盘土体产生差异沉降,且断层的影响宽度约为 40 m。随列车车速增加竖向位移逐渐降低,随车重增加竖向位移增加。

(2)断层滑移作用下,紧邻断层上盘(主动盘)土体竖向位移最大;由断层向两侧竖向位移 逐渐减小,竖向位移沿深度变化不明显。

(3)列车动荷载与断层滑移共同作用下,随 深度增加,由列车动荷载产生竖向位移为主逐渐 转为由断层滑移产生竖向位移为主;50m以下土 体竖向位移全部由断层滑移所致。紧邻断层两侧 距离相同位置上盘土体竖向位移大于下盘。

以上认识一定程度上可为高铁运行导致的地 面沉降分析及预测等提供科学参考与依据。

参考文献/References

- Pavlides S B, Zouros N C, Fang Z J, et al. Geometry, kinematics and morphotectonics of the Yanqing-Huailai active faults (northern China) [J]. Tectonophysics, 1999, 308 (1 ~2): 99~118.
- [2] 张树轩,杨为民,孟华君,等.京张地区区域地壳稳定性评价[J].地质力学学报,2018,24 (1):70~77.
 ZHANG Shuxuan, YANG Weimin, MENG Huajun, et al. Regional crustal stability evaluation in Beijing-Zhangjiakou area
 [J]. Journal of Geomechanics, 2018, 24 (1):70~77. (in Chinese with English abstract)
- [3] 张向营,张春山,孟华君,等.基于 GIS 和信息量模型的京 张高铁滑坡易发性评价 [J].地质力学学报,2018,24 (1):96~105.

ZHANG Xiangying, ZHANG Chunshan, MENG Huajun, et al. Landslide susceptibility assessment of new Jing-Zhang highspeed railway based on GIS and information value model [J]. Journal of Geomechanics, 2018, 24 (1): 96 ~ 105. (in Chinese with English abstract)

[4] 梁波,孙常新.高速铁路路基动力响应中的双峰现象分析
[J]. 土木工程学报,2006,39 (9):117~122.
LIANG Bo, SUN Changxin. A study on the sudden changes or double peaks in the dynamic response of subgrade of high speed railway [J]. China Civil Engineering Journal, 2006, 39 (9): 117~122. (in Chinese with English abstract)

- [5] 董亮,赵成刚,蔡德钩,等. 高速铁路路基的动力响应分析 方法 [J]. 工程力学,2008,25 (11):231~236,240.
 DONG Liang, ZHAO Chenggang, CAI Degou, et al. Method for dynamic response of subgrade subjected to high-speed moving load [J]. Engineering Mechanics, 2008, 25 (11): 231~236,240. (in Chinese with English abstract)
- [6] 周镇勇.武广客运专线路基动力响应特性试验及数值模拟 分析 [D].长沙:中南大学,2010.
 ZHOU Zhenyong. Test analysis and numerical simulation of dynamic performance of subgade of Wuhan-Guangzhou passenger dedicated line [D]. Changsha: Central South University, 2010. (in Chinese with English abstract)
- [7] 刘晓红. 高速铁路无砟轨道红黏土路基动力稳定性研究
 [D]. 长沙:中南大学, 2011.
 LIU Xiaohong. Research on dynamic stability of red clay subgrade under ballastless track of high-speed railway [D].
 Changsha: Central South University, 2010. (in Chinese with English abstract)
- [8] 屈畅姿.高速铁路相邻过渡段路基动响应及长期动力稳定 性研究 [D].长沙:中南大学,2013.
 QU Changzi. Dynamic response and long-term dynamic stability of closely spaced transition sections subgrade for high-speed railway [D]. Changsha: Central South University, 2013. (in Chinese with English abstract)
- [9] 郭志广,魏丽敏,周镇勇,等.高铁路基动应力数值模拟和 现场试验研究 [J].水文地质工程地质,2013,40 (5):51 ~57.

GUO Zhiguang, WEI Limin, ZHOU Zhenyong, et al. Numerical simulation and field test of the dynamic stress of ballastless track subgrade [J]. Hydrogeology and Engineering Geology, 2013, 40 (5): 51 ~ 57. (in Chinese with English abstract)

 [10] 王晅,张家生,王启云.无砟轨道路基列车动载激励及动力响应三维数值模拟[J].地震工程学报,2014,36 (4): 857~867.

> WANG Xuan, ZHANG Jiasheng, WANG Qiyun. Threedimensional numerical simulation for vehicle dynamic load and dynamic response of ballastless track subgrade [J]. China Earthquake Engineering Journal, 2014, 36 (4): 857 ~ 867. (in Chinese with English abstract)

[11] 孔祥辉,蒋关鲁,李安洪,等.基于三维数值模拟的铁路路基动力特性分析 [J].西南交通大学学报,2014,49 (3):406~411.

KONG Xianghui, JIANG Guanlu, LI Anhong, et al. Analysis of dynamic characteristics of railway subgrade based on threedimensional numerical simulation [J]. Journal of Southwest Jiaotong University, 2014, 49 (3): 406 ~ 411. (in Chinese with English abstract)

[12] 黄强兵. 地裂缝对地铁隧道的影响机制及病害控制研究
 [D]. 西安:长安大学, 2009.
 HUANG Qiangbing. Study on effect of the active ground fissure on metro tunnel and its hazards control [D]. Xián: Changán

University, 2009. (in Chinese with English abstract)

[13] 贺凯,彭建兵,黄强兵,等.近距离平行通过地裂缝的地铁
 隧道模拟试验研究 [J].岩石力学与工程学报,2014,33
 (S2):4086~4095.

HE Kai, PENG Jianbing, HUANG Qiangbing, et al. Simulation test of metro tunnel parallels ground fissure with short distance [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2014, 33 (S2): 4086 ~ 4095. (in Chinese with English abstract)

 [14] 孟振江,彭建兵,黄强兵,等.三类勘察场地地裂缝活动对地铁隧道的影响 [J].交通运输工程学报,2017,17 (2): 41~51.

> MENG Zhenjiang, PENG Jianbing, HUANG Qiangbing, et al. Influence of ground fissure activity on subway tunnel in thirdkind surveying site [J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2017, 17 (2): 41 ~ 51. (in Chinese with English abstract)

[15] 戚帮申.张家口地区地壳稳定性研究 [D].北京:中国地 质科学院,2017.

> QI Bangshen. Assessment and zonation of regional crustal stability in Zhangjiakou region [D]. Beijing: Chinese Academy of Geologecal Sciences, 2017. (in Chinese with

English abstract)

- [16] 徐锡伟,于贵华,冉永康,等.中国城市活动断层概论
 [M].北京:地震出版社,2015.
 XU Xiwei, YU Guihua, RAN Yongkang, et al. The introduction to urban active faults in China [M]. Beijing: Seismological Press, 2015. (in Chinese)
- [17] 刘晶波,谷音,杜义欣. 一致粘弹性人工边界及粘弹性边界单元 [J]. 岩土工程学报,2006,28 (9):1070~1075.
 LIU Jingbo, GU Yin, DU Yixin. Consistent viscous-spring artificial boundaries and viscous-spring boundary elements [J].
 Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2006, 28 (9): 1070~1075. (in Chinese with English abstract)
- [18] Liu J B, Du Y X, Du X L, et al. 3D viscous-spring artificial boundary in time domain [J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 2006, 5 (1): 93 ~ 102.
- [19] 陈绍绪,张跃刚,乔子云,等.晋冀蒙交界地区主要断裂的现今活动[J].华北地震科学,2003,21 (2):16~22.
 CHEN Shaoxu, ZHANG Yuegang, QIAO Ziyun, et al. The current activity of main faults in the joint area of Shanxi, Hebei and Inner Mongolia [J]. North China Earthquake Sciences, 2003,21 (2):16~22. (in Chinese with English abstract)