

地应力驱动油气运移基本方程 及有限元模拟

王连捷 王 薇 张利容 袁嘉音

摘 要：首先叙述了地应力作用下空隙弹性介质中流体运移的基本方程及由基本方程推导的有限元公式。然后，在地应力测量及构造分析的基础上，应用所给出的有限元公式及相应程序，对辽河油田运移势场进行了模拟，得出了该区运移势场的分布。结果表明，处于运移势低势区及过渡区的地区大部分是有希望的油田地区。结合构造分析进行地应力和运移势场研究可为油气勘探开发提供依据。

关键词：地应力测量；油气运移；构造应力场；应力驱动

分类号：O242.21 TE319 **文献标识码**：B

FUNDAMENTAL EQUATION AND FINITE ELEMENT MODELING FOR OIL AND GAS MIGRATION DRIVED BY CRUSTAL STRESS

WANG Lianjie , WANG Wei , ZHANG Lirong , YUAN Jiayin
 Institute of Geomechanics, CAGS, Beijing 100081.

Abstract : In this paper are described first the differential equation and finite element formula for fluid migration under the action of crust stress in a porous rock. Then the oil migration potential field in Liaohe oil field are calculated by using finite element method based on crustal stress measurement. The result shows that most prospective oil fields are in low migration potential areas and transition areas from low to high migration potential. The study combining oil migration with tectonic analysis may provide the basis for exploration and development of oil and gas field.

Key words : Crustal stress measurement; Migration of oil and gas; tectonic stress field; stress driving.

地应力是控制油气运移、集聚的重要因素之一。地应力活动，可以引起岩石变形，使岩层内孔隙体积发生变化产生孔隙压力梯度或势差，推动流体在岩层内流动。在流动过程中，遇到合适的构造部位，油气就会聚集成藏形成油田。

1 孔隙弹性岩层中流体运移的基本方程

(1) 应力平衡方程 [1]

$$\sigma'_{ij,j} + \delta_{ij}P_{,i} + \rho F_i = 0 \quad (1)$$

σ'_{ij} 为有效应力； P 孔隙压力； ρ 岩层密度； F_i 单位质量的体积力； $i,j=1,2,3$ 或 x,y,z ； δ_{ij} 为单位矩阵。

$$\delta_{ij} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

方程内下标中的逗号表示相对于坐标 x,y,z 的偏微分，例如：

$$\sigma'_{xx,x} = \frac{\partial \sigma'_{xx}}{\partial x}, \quad \sigma'_{xy,y} = \frac{\partial \sigma'_{xy}}{\partial y}$$

采用上面的写法是为了减少篇幅。

(2) 几何方程（应变分量与位移分量的关系） [2]

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2}u_{i,j} + u_{j,i} \quad (2)$$

ϵ_{ij} 为应变分量； $u_{i,j}$ 、 $u_{j,i}$ 位移分量对坐标的偏微分。

(3) 物理方程（应力应变关系）

$$\begin{cases} \sigma'_{xx} = 2G \left(\frac{\nu}{1-2\nu} \epsilon_v + \epsilon_x \right) \\ \sigma'_{yy} = 2G \left(\frac{\nu}{1-2\nu} \epsilon_v + \epsilon_y \right) \\ \sigma'_{zz} = 2G \left(\frac{\nu}{1-2\nu} \epsilon_v + \epsilon_z \right) \end{cases}$$

$$\tau_{yz} = G\epsilon_{yz}, \tau_{zx} = G\epsilon_{zx}, \tau_{xy} = G\epsilon_{xy}, G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (3)$$

E 岩层的弹性模量； ν 岩层的泊松比；体积应变 $\epsilon_v = \epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z$

(4) 用位移表示的平衡方程

由方程(1)、(2)及(3)可得到用位移及孔隙压力表示的应力平衡方程：

$$\frac{G}{1-2\nu}\varepsilon_{v,i} - G\nabla^2 u_i + P_{,i} + \rho F_i = 0$$

体积应变 $\varepsilon_v = \left(\frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial u_2}{\partial y} + \frac{\partial u_3}{\partial z} \right)$ ，式中 u_1, u_2, u_3 分别为沿 x, y 及 z 轴方向上的位移。上式可以写成^[3]

$$\begin{cases} \frac{G}{1-2\nu} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial u_2}{\partial y} + \frac{\partial u_3}{\partial z} \right) - G\nabla^2 u_1 + \frac{\partial P}{\partial x} + \rho F_1 = 0 \\ \frac{G}{1-2\nu} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial u_2}{\partial y} + \frac{\partial u_3}{\partial z} \right) - G\nabla^2 u_2 + \frac{\partial P}{\partial y} + \rho F_2 = 0 \\ \frac{G}{1-2\nu} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial u_2}{\partial y} + \frac{\partial u_3}{\partial z} \right) - G\nabla^2 u_3 + \frac{\partial P}{\partial z} + \rho F_3 = 0 \end{cases} \quad (4)$$

(5) 达西定律：

$$\begin{cases} q_x = -\frac{k_x}{\mu\gamma} \frac{\partial P}{\partial x} \\ q_y = -\frac{k_y}{\mu\gamma} \frac{\partial P}{\partial y} \\ q_z = -\frac{k_z}{\mu\gamma} \frac{\partial P}{\partial z} - \rho gh \end{cases} \quad (5)$$

k_x, k_y, k_z 为沿 x, y, z 轴的渗透系数； γ 液体的容重； μ 液体的粘度； q_x, q_y, q_z 为单位时间的流量； g 重力加速度； ρ 流体的密度。

(6) 流体运移方程

考虑到饱和岩层中单位时间内一个小的微岩体岩层的压缩量等于流过微岩体表面流量变化之和(图1)，即：

$$\frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} dx dy dz = \frac{\partial q_x}{\partial x} dy dz dx + \frac{\partial q_y}{\partial y} dz dx dy + \frac{\partial q_z}{\partial z} dx dy dz \quad (6)$$

$$\text{于是} \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} = \frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} \quad (7)$$

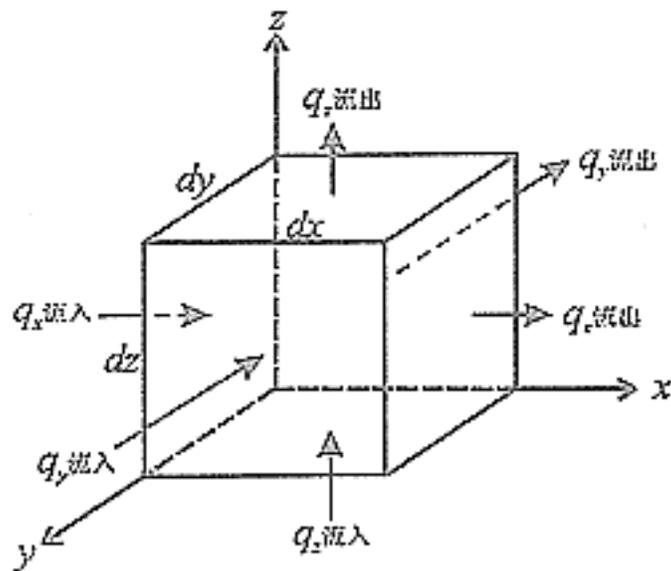


图1 微元体

Fig.1 Micro element body

由式(5, 7)可得:
$$\frac{\partial \epsilon_v}{\partial t} = -\frac{1}{\mu\gamma} \nabla k \nabla P \quad (8)$$

若 $k_x = k_y = k_z = k$, 则上式为 $\frac{\partial \epsilon_v}{\partial t} = -\frac{k}{\mu\gamma} \nabla^2 P$, 即为流动运移方程。式

中 $\nabla = \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z}$

为了更明显地看出孔隙压力与地应力的关系, 我们将式(8)改为如下:

由于 $\epsilon_v = \frac{\sigma'_0}{K_b}$ (9)

σ'_0 为有效体应力, K_b 为岩层的体积模量。

$$\sigma'_0 = \frac{(\sigma_x - P) + ((\sigma_y - P) + ((\sigma_z - P))}{3} = \sigma_0 - P \quad (10)$$

总体积应力 $\sigma_0 = \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{3}$

于是(8)式可写为:

$$\frac{\partial \epsilon_v}{\partial t} = \frac{1}{K_b} \frac{\partial \sigma'_0}{\partial t} = \frac{1}{K_b} \left(\frac{\partial \sigma_0}{\partial t} - \frac{\partial P}{\partial t} \right) = \frac{k}{\mu\gamma_f} \nabla^2 P \quad (11)$$

$$\text{令: } = \frac{1}{K_b}, \text{ 上式可写为 } \alpha \frac{\partial \sigma_0}{\partial t} - C \frac{\partial P}{\partial t} = -\frac{k}{\mu \gamma_f} \nabla^2 P]$$

如不考虑液体的可压缩性时 $C=$, 若考虑液体的可压缩性时 $C= (+)$ [4]。 为孔隙度; 为液体的压缩系数。

根据初始条件和边界条件, 即给出初始的和边界上的孔隙压力和地应力后, 可将式(4)与式(8)联立求解, 得出位移和孔隙压力。由位移与应变和应变与应力的关系求出有效应力和总应力。由孔隙压力可求出超孔隙压力和流体运移势场, 运移的速度和方向。

但是, 上述方程的求解一般是比较困难的, 实际应用中要用有限单元法给出数值的解答。因此, 下面我们将叙述由上述方程导出的有限元公式。

2 有限元公式

下面我们讨论二维情况下流体运移方程的有限元公式。

有限元法公式的推导, 是应用虚功原理或变分原理, 将求解微分方程变为求解线性方程组。这里省略了推导过程, 只给出结果, 读者感兴趣时, 可查阅有关文献 [5]。

与平衡方程(4)对应的有限元公式如下:

$$[\bar{K}]\{\delta\} + K'\{\beta\} = \{R\} \quad (12)$$

式中 $[\bar{K}]$ 为通常的刚度矩阵, $\{\delta\}$ 为结点位移矩阵, $[K']$ 为与结点孔隙压力所对应的结点力矩阵, $\{\beta\}$ 为结点孔隙压力, $\{R\}$ 为结点载荷。

与流动方程(8)对应的有限元公式:

$$[K]\{\delta_t\} + [\bar{K}]\{\beta_t\} = \{S\} \quad (13)$$

$$\{S\} = [K]\{\delta_{t-\Delta}\} \quad (14)$$

K 为结点位移对应的体积改变矩阵, \bar{K} 为结点孔隙所对应的在 t 时间内由结点域排出的水量矩阵, S 为前一时刻各结点处的体积压缩量, $\delta_{t-\Delta}$ 为前一时刻的位移量, 可由前一时刻的位移得出。

由式(12)及式(13)经过推导可得:

$$\begin{bmatrix} K & K' \\ K'^T & \bar{K} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_t \\ \beta_t \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} R \\ S \end{Bmatrix} \quad (15)$$

解此方程组可同时得出节点位移、地应力、流体压力或流体势的空间分布以及随时间的变化。

式中： K^T 为 K 的转置； u_t 为结点 t 时刻的位移； p_t 为 t 时刻结点的孔隙压力； K 为刚度矩阵； K 为结点周围体积改变量矩阵； R 为 t 时间内由结点周围排出的流量矩阵。

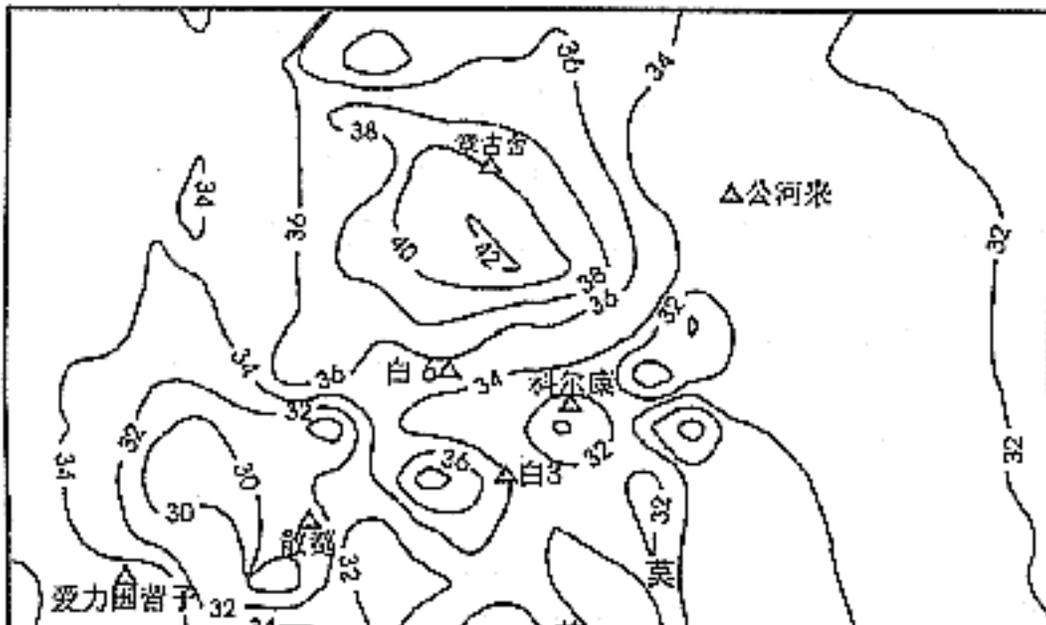
解题时，从 $t=0$ 时刻开始，每次增加一个 t ，用式(15)解出 u_t 和 p_t ，并由式(14)求出 S ，用于下一个时刻的求解，如此反复可至任一时刻。与此同时，又可解出应力和应变分布。这样在一次计算中可同时得出流体压力、位移、应变、应力以及它们随时间的变化。

上述求解过程是烦琐的，因此，编制了计算机程序，在给定初始条件和边界条件之后，用该有限元程序可以方便地进行求解计算。

3 辽河油田油气运移势场的模拟

在地应力测量和地质构造分析的基础上，我们对辽河油田运移势场进行了计算。地应力测量是利用钻孔崩落法^[6]和声发射法^[7]进行的；主应力方位是由5个钻孔崩落资料得到的，最大主应力与最小主应力的大小由声发射和油井压裂资料获得，古应力由构造分析得到。岩石渗透率的选择主要参考油藏描述的有关资料。

进行了3个构造时期运移势场模拟。即燕山期、喜马拉雅期和现今运移势场的计算。这里只给出现今运移势场的计算结果，如图2。可以看出运移势场的主要特点是章古台地区、张强镇地区处于高势区；科尔康油田，莫力克斜坡带和前辛断裂构造带以及敖都地区都处于相对低值区或者由高值区向低值区的斜坡过渡地带，并形成几个低值圈闭区。在这些地带遇到合适的岩性或构造，就会形成油藏。



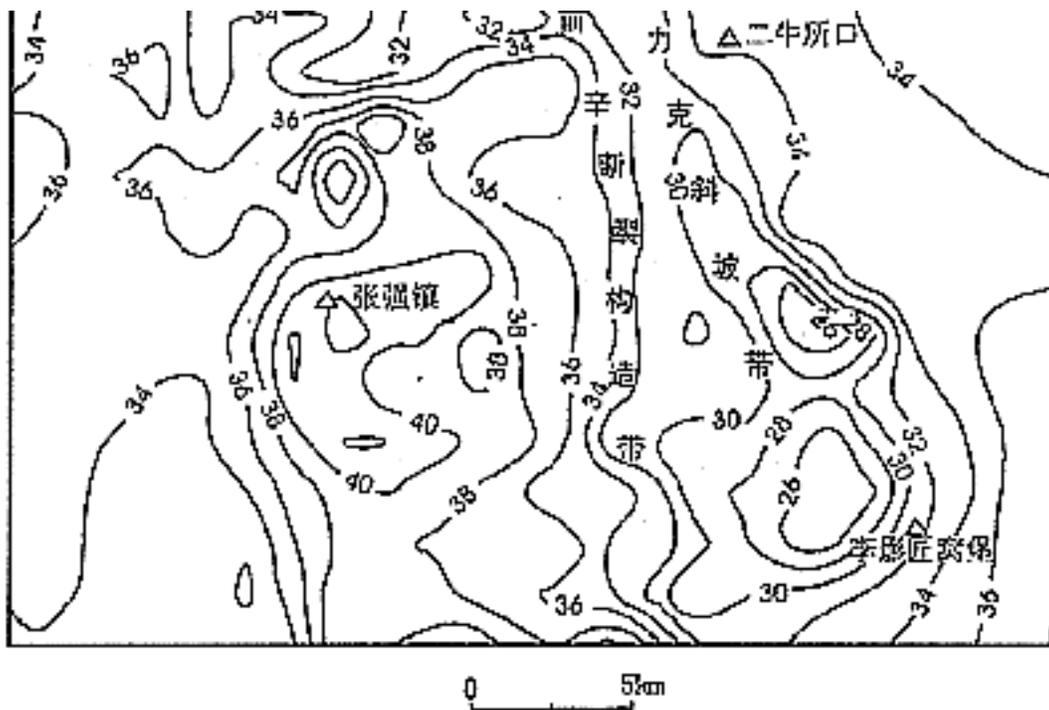


图2 辽河油田油气运移势等值线

Fig.2 Migration potential of oil and gas in Liaohe oil field
图中等值线数值表示运移势场相对大小

4 结语

地应力是驱动油气运移的主要动力因素之一，在地应力作用下，孔隙岩层内形成流体运移的高势区和低势区。根据最小位能原理，油气由高势区向地势区运移，并在适当部位集聚形成油田。本文给出的方法，可根据地应力场用有限元法计算出运移势场。对油田运移势场计算结果表明，处于低势区及过渡区的地区，大部分是有希望的油区，结合构造分析进行地应力和运移势场研究可为油气勘探开发提供依据。

本文中声发射地应力测量由丁原辰、邵兆刚完成；地质构造由孙宝珊，周新桂完成。谭成轩参加了计算工作。

工作中得到陈庆宣院士的指导与鼓励，辽河油田石油勘探局李志明、张金珠、任德生等同志给予许多帮助，在此表示感谢。

基金项目：石油天然气总公司“地应力测量及其在油田勘探开发中的应用”全国招标项目及地质力学开放研究实验室资助项目。

作者简介：王连捷（1933-），男，研究员，多年来一直从事地应力测量，应力场分析及其在油气运移、油田开发和工程稳定性设计与评价的应用研究。

作者单位：中国地质科学院地质力学研究所，北京 100081

参考文献

- [1] Hwang C T, Morgenstern N R and Murray D W. On solutions of plane strain

consolidation problem by finite element methods [J] ,Canadian Geotechnical Journal, 1971,8:109.

[2] 尹祥础.固体力学 [M] .北京：地震出版社，1985.

[3] 华东水利学院土力学研究室.土工原理与计算 [M] .北京：水利电力出版社，1985.

[4] Walder J. Nur A Porosity reduction and crustal pore pressure development [J] . J.G. R. 1984,89(B13): 111539 ~ 11548.

[5] Sandhn R S, Wilson E L. Finite element analysis of seepage in elastic media [J] . Journal of Engineering Mechanics Division, ASCE 1969,95.

[6] 王连捷，张利容，彭 华，等.利用钻孔崩落法确定深部地应力状态 [C] .工程地质.水文地质.环境地质论文集 [C] .北京：地震出版社，1993.

[7] 丁原辰，张大伦.声发射抹录不净现象在地应力测量中的应用 [J] .岩石力学与工程学报，1991，10（4）.

收稿日期：1998-10-05